Задача Гуревича-Питаевского в «невыпуклой» дисперсионной гидродинамике

А. М. Камчатнов

Институт спектроскопии Российской академии наук

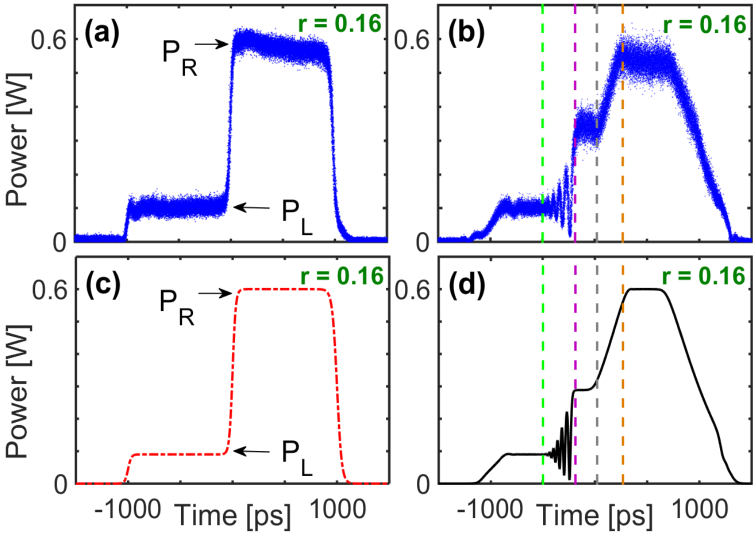
XXVI Научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике
18 декабря 2017 г.

Благодарности

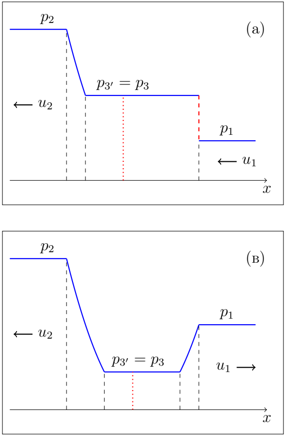
- Сергей Иванов (ИСАН)
- Тибо Конжи (Университет-Юг, Париж)
- Николя Павлофф (Университет-Юг, Париж)

Дисперсионные ударные волны в оптическом волокне

G. Xu, M. Conforti, A. Kudlinski et al., Phys. Rev. Lett. **118,** 254101 (2017).



Задача Римана о распаде разрыва в газовой динамике

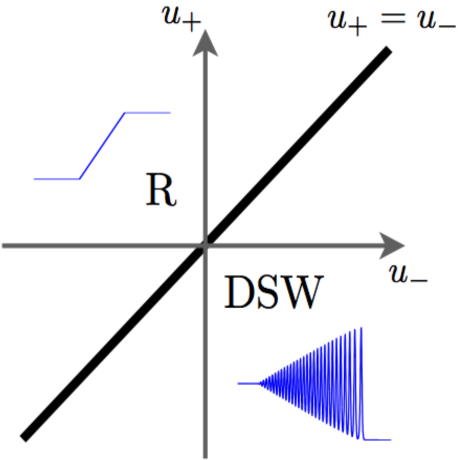


Задача Гуревича-Питаевского

А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский, ЖЭТФ, **65,** 590 (1973).

Распад ступеньки в теории уравнения Кортевега-де Фриза

$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0.$$



Теория модуляций Уизема и теория Гуревича-Питаевского

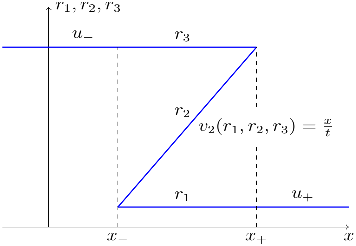
Периодическое решение уравнения Кортевега-де Фриза (КдФ)

$$u(x,t) = r_3 - (r_3 - r_2)\,\mathrm{sn}^2\left(\sqrt{(r_3 - r_1)/2}\,(x - Vt), m\right),$$

$$V = 2(r_1 + r_2 + r_3), \quad m = \frac{r_3 - r_2}{r_3 - r_1},$$

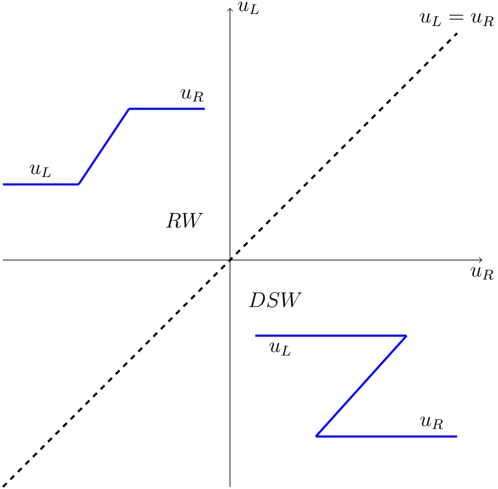
Модуляционные уравнения Уизема

$$\frac{\partial r_i}{\partial t} + v_i(r_1, r_2, r_3)\frac{\partial r_i}{\partial x} = 0, \quad i = 1, 2, 3.$$



Классификация в теории КдФ

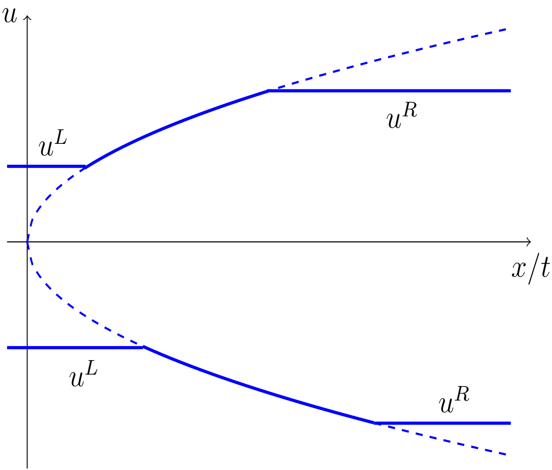
$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0.$$



Классификация в теории мКдФ

$$u_t + 6u^2 u_x + u_{xxx} = 0.$$

Волна разрежения $6u^2 = x/t$



Классификация в теории мКдФ

Бездисперсионный предел:

КдФ $\quad u_t + (3u^2)_x = 0, \qquad v = 3u^2 \quad - \quad$ выпуклая функция

мКдФ $\quad u_t \pm (2u^3)_x = 0, \qquad v = 2u^3 \quad - \quad$ невыпуклая функция

В классификацию распада разрыва в теории мКдФ входит не только соотношение между левой и правой границами $u^L \lessgtr u^R$, но входят также знаки этих граничных значений:

1) $u^L < u^R < 0;$ 2) $u^R < u^L < 0;$

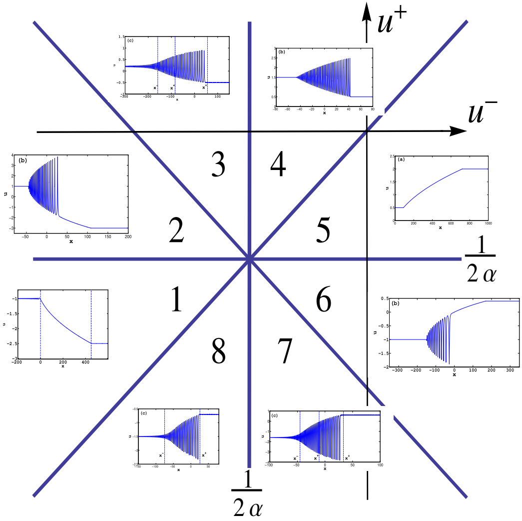
3) $u^R > u^L > 0;$ 4) $-u^R < -u^L < 0;$

5) $u^R > -u^L > 0;$ 6) $-u^R < u^L < 0;$

7) $u^R < -u^L < 0;$ 8) $u^R < -u^L < 0.$

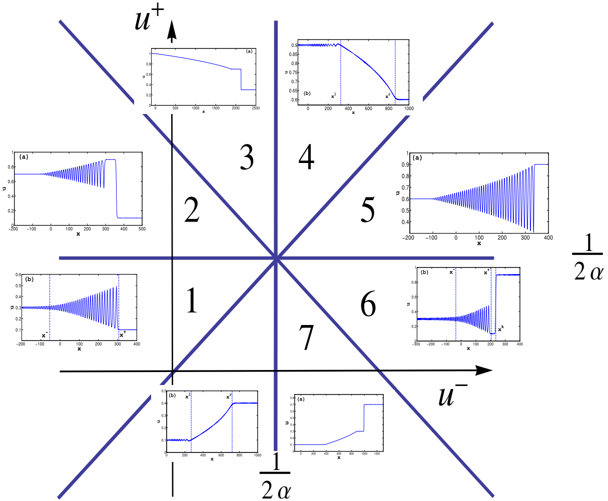
Классификация в теории мКдФ (уравнение Гарднера)

$$u_t + 6uu_x - 6\alpha u^2 u_x + u_{xxx} = 0, \qquad \alpha < 0.$$



Классификация в теории мКдФ (уравнение Гарднера)

$$u_t + 6uu_x - 6\alpha u^2 u_x + u_{xxx} = 0, \qquad \alpha > 0.$$



Периодические решения и уравнения Уизема

$$u = \frac{(u_3 - u_1)u_2 - (u_3 - u_2)u_1 \mathrm{sn}^2(\theta, m)}{(u_3 - u_1) - (u_3 - u_2)\mathrm{sn}^2(\theta, m)}$$

$$\theta = \sqrt{(u_4 - u_2)(u_3 - u_1)}(x - Vt)/2, \qquad m = \frac{(u_3 - u_2)(u_4 - u_2)}{(u_4 - u_2)(u_3 - u_1)}$$

Выражения параметров через римановы инварианты

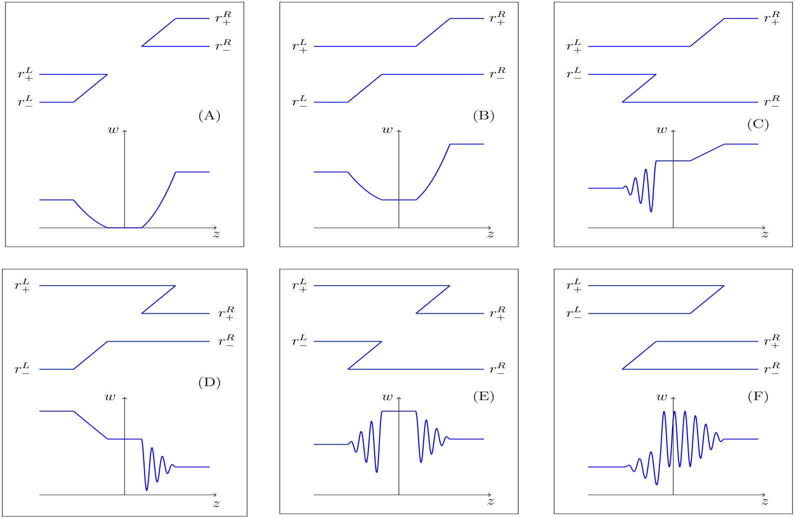
$$u_1 = \pm(\sqrt{r_1} + \sqrt{r_2} + \sqrt{r_3}), \qquad u_2 = \pm(\sqrt{r_1} - \sqrt{r_2} - \sqrt{r_3}),$$
$$u_3 = \pm(-\sqrt{r_1} + \sqrt{r_2} - \sqrt{r_3}), \qquad u_4 = \pm(-\sqrt{r_1} - \sqrt{r_2} + \sqrt{r_3}),$$
$$V = -2(r_1 + r_2 + r_3)$$

Уравнения Уизема

$$\frac{\partial r_i}{\partial t} + v_i(r_1, r_2, r_3)\frac{\partial r_i}{\partial x} = 0, \qquad i = 1, 2, 3.$$

Теория НУШ: классификация структур

G. El, V. Geogjaev, A. Gurevich, and A. Krylov, Physica D **87**, 186 (1995)



Невыпуклая гидродинамика для двунаправленного течения

Теория НУШП

$$i\Psi_t + \frac{1}{2}\Psi_{xx} + |\Psi|^2\Psi - i\alpha(|\Psi|^2\Psi)_x = 0.$$

S. K. Ivanov, A. M. Kamchatnov, Phys. Rev. A **96,** 053844 (2017)

Детали в стендовом сообщении!

Уравнение Ландау-Лифшица

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial T} = \mathbf{S} \times \left(\frac{\partial^2 \mathbf{S}}{\partial X^2} - S_3\, \hat{\mathbf{z}} \right) .$$

S.K. Ivanov, A. M. Kamchatnov, T. Congy, N. Pavloff, Phys. Rev. E **96,** 062202 (2017)

Спасибо за внимание!