

Переключение мод в колебательных системах со стохастическими задержками

Клиньшов В.В., Шапин Д.С.,

Институт Прикладной Физики РАН, Нижний Новгород

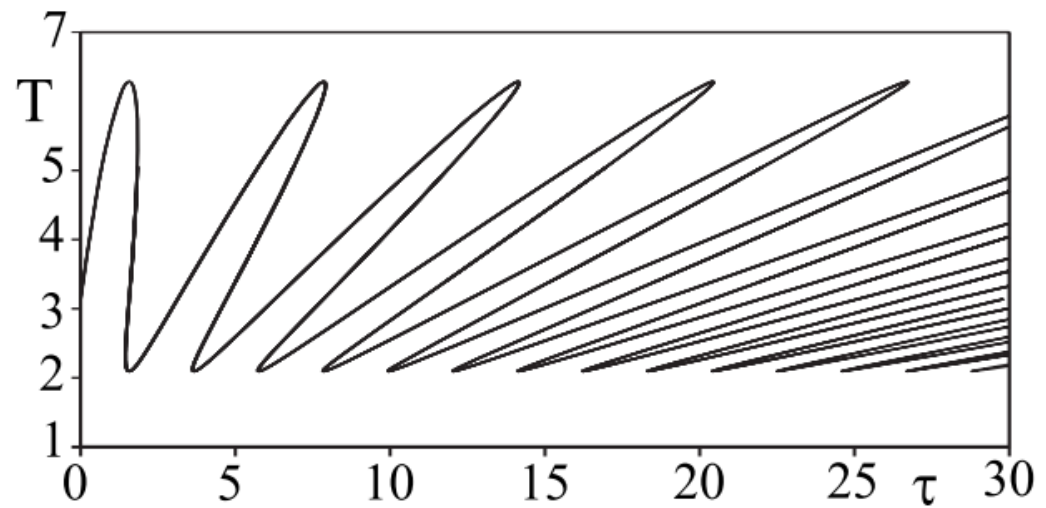
Otti D'Huys

Aston University, Birmingham, UK

Системы с задержкой

$$\dot{x}(t) = f(x(t), x(t - \tau))$$

мультистабильность

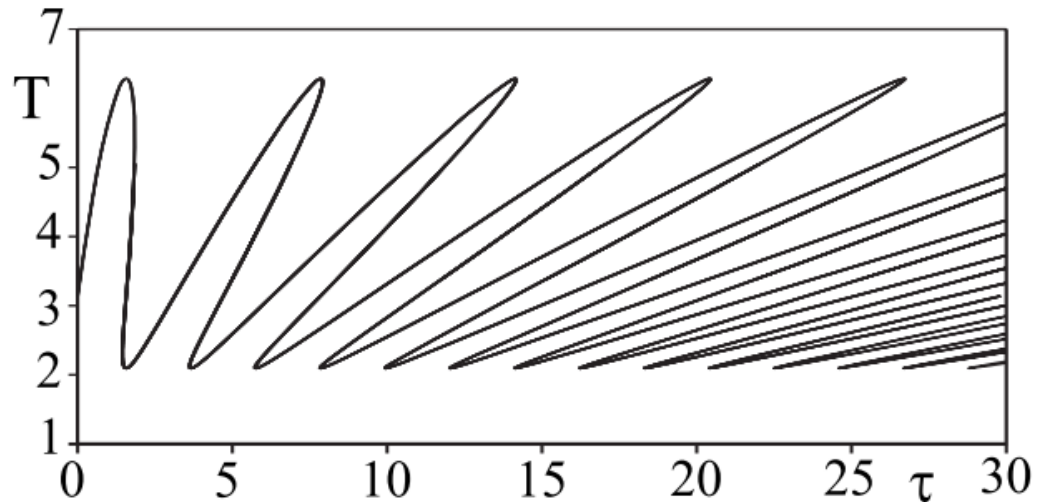


Yanchuk and Perlikowski, Physical Review E 2009

Системы с задержкой

$$\dot{x}(t) = f(x(t), x(t - \tau))$$

мультистабильность



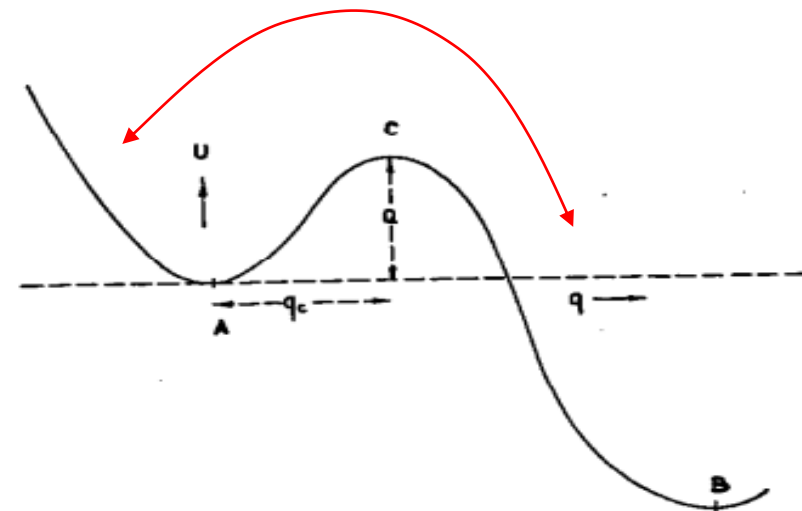
Yanchuk and Perlikowski, Physical Review E 2009

Системы с шумом

$$\dot{p} = K(q) + X(t),$$

$$\dot{q} = p.$$

переключения



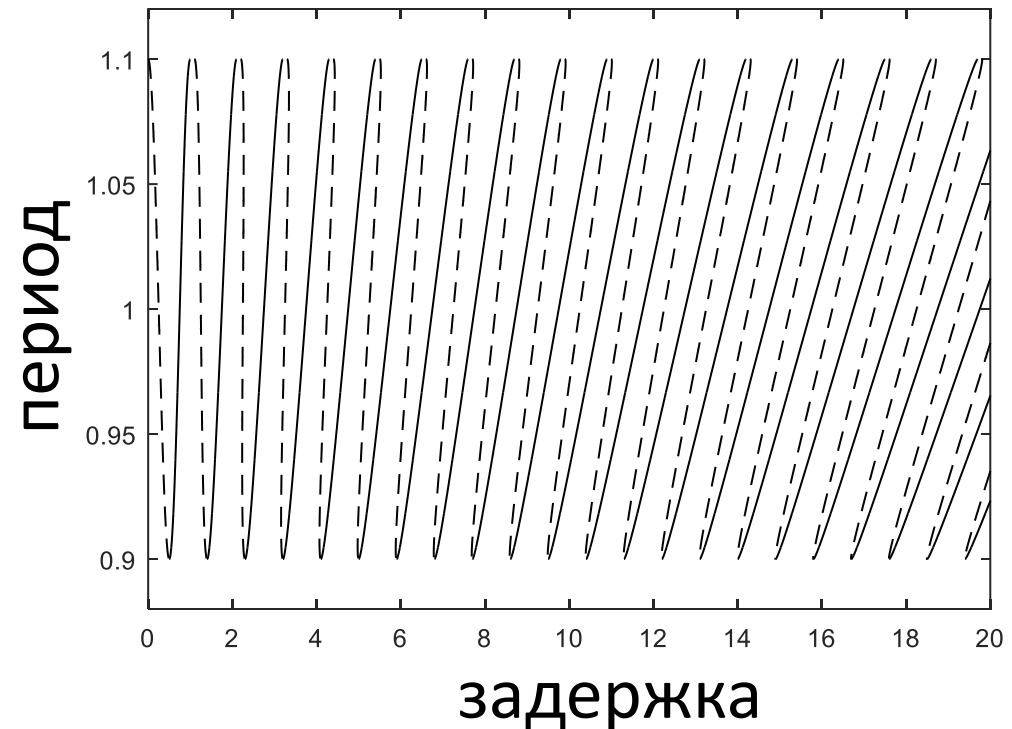
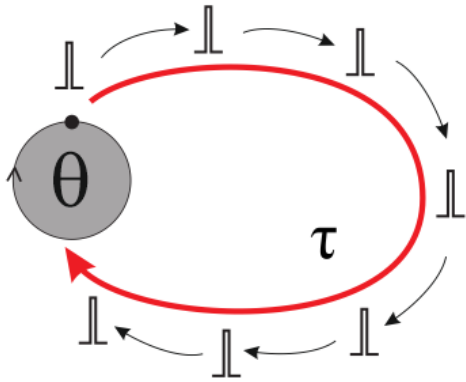
Kramers, Physica 1940

Автогенератор с импульсной запаздывающей обратной связью

$$\dot{\theta} = 1 + \varepsilon Z(\theta) \sum_s \delta(t - t_s - \tau)$$

$$\varepsilon = 0.1$$

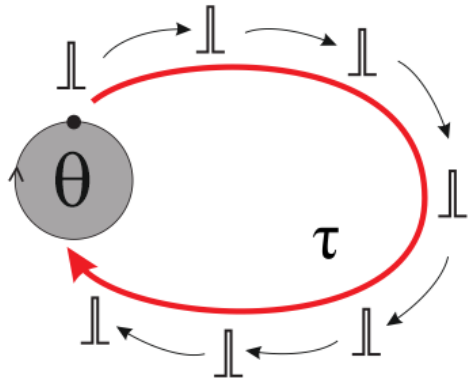
$$\omega = 1, \quad \theta \in [0; 1]$$



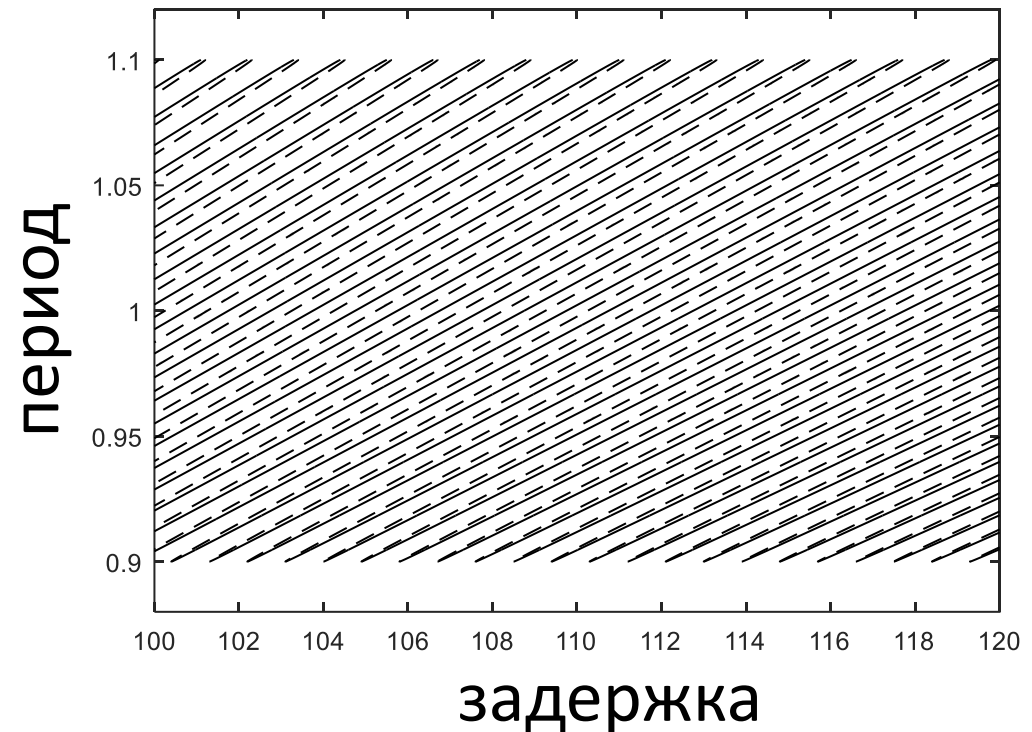
Автогенератор с импульсной запаздывающей обратной связью

$$\dot{\theta} = 1 + \varepsilon Z(\theta) \sum_s \delta(t - t_s - \tau)$$

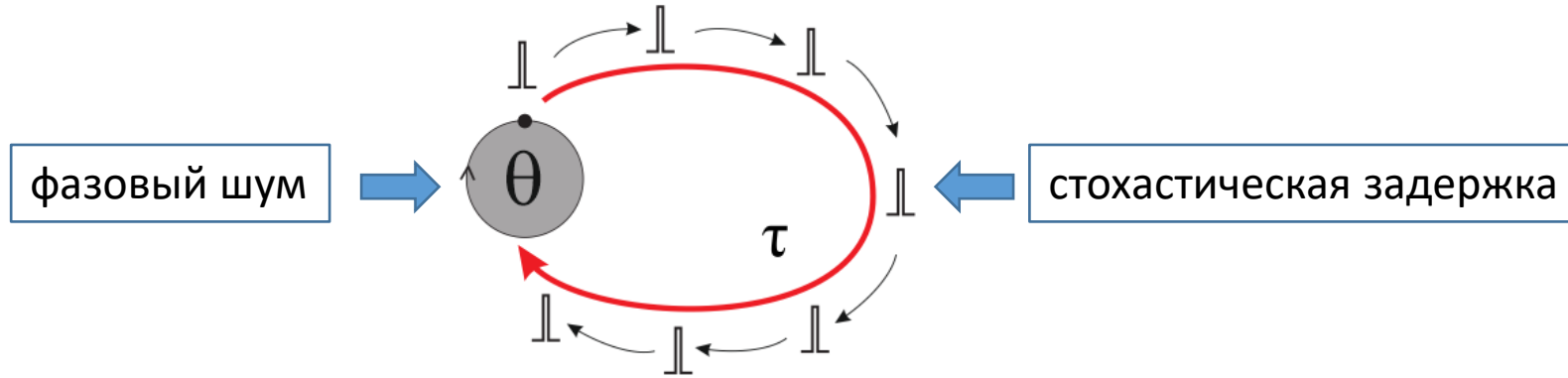
$$\omega = 1, \quad \theta \in [0; 1]$$



$$\varepsilon = 0.1$$



Два типа шума



$$\dot{\theta} = 1 + \varepsilon Z(\theta) \sum_s \delta(t - t_s - \underbrace{(\tau + \sigma_D \eta_s)}_{\text{стохастическая задержка}}) + \underbrace{\sigma_P \xi(t)}_{\text{фазовый шум}}$$

$\eta_s \sim N(0,1)$ - нормальная случайная величина

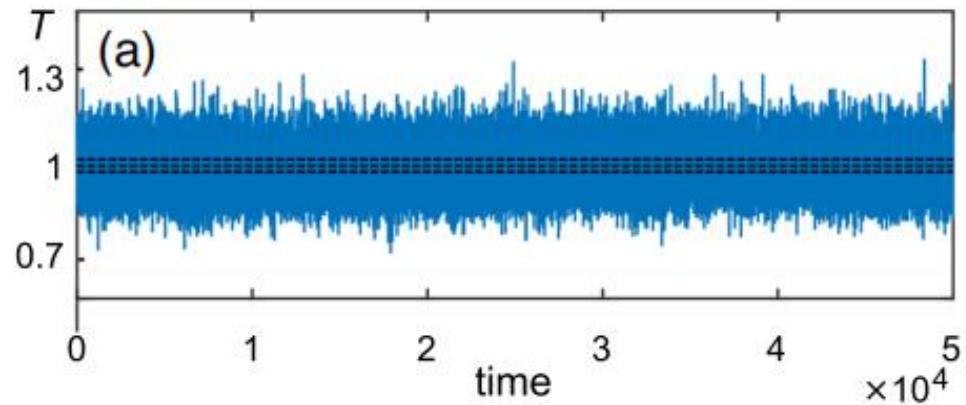
$\langle \xi(t) \xi(t') \rangle = \delta(t - t')$ - Гаусов белый шум

$$\sigma_D \ll 1$$

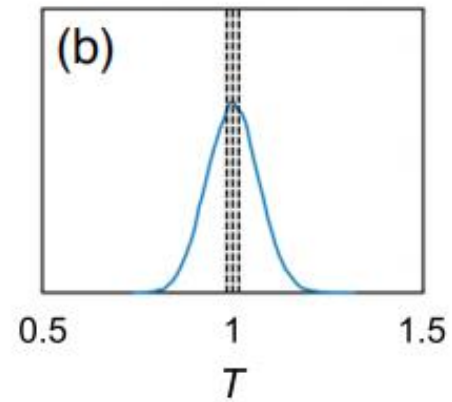
$$\sigma_P \ll 1$$

Наблюдение переключения мод

Динамика межимпульсных интервалов



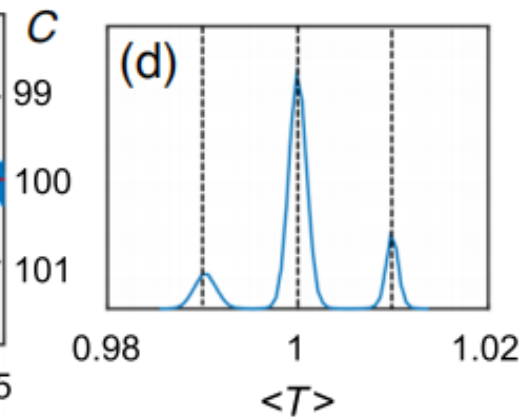
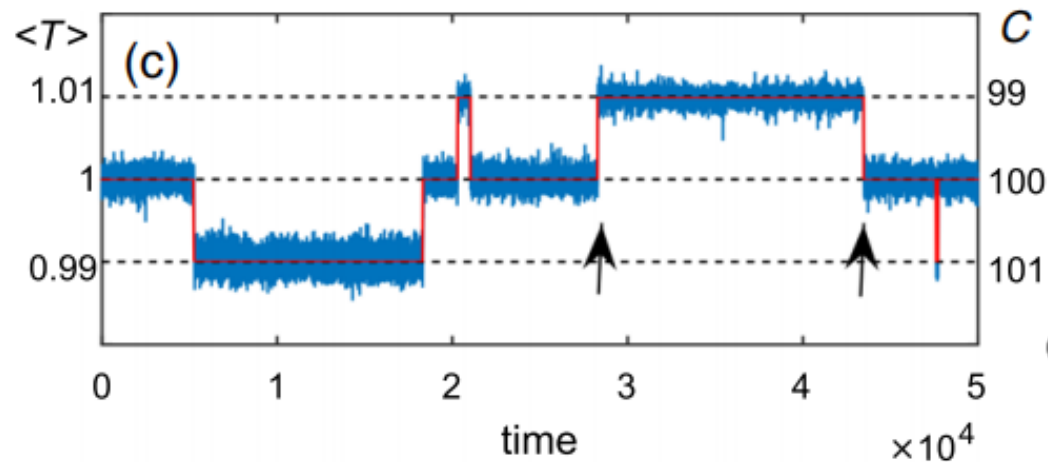
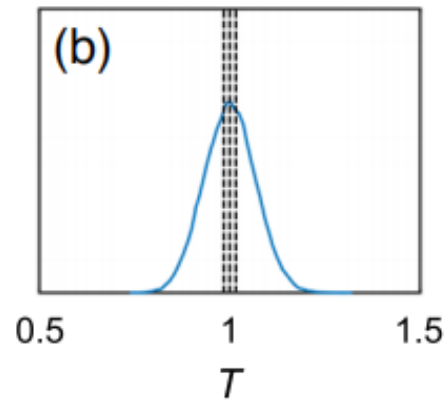
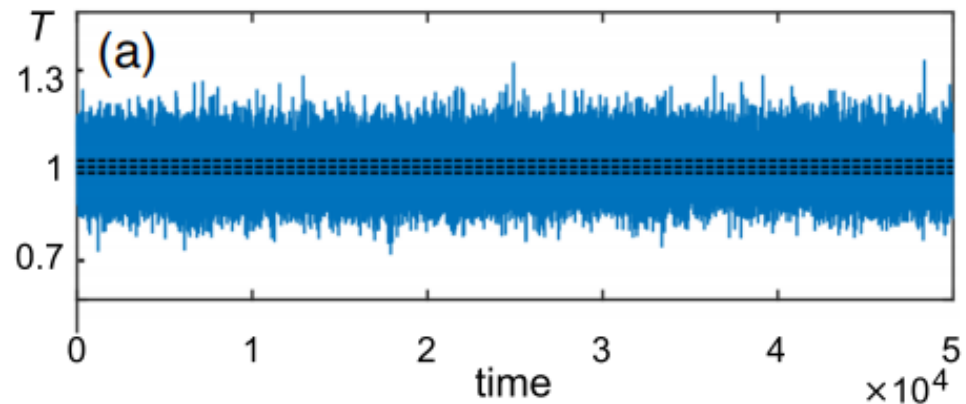
Распределение



Наблюдение переключения мод

Динамика межимпульсных интервалов

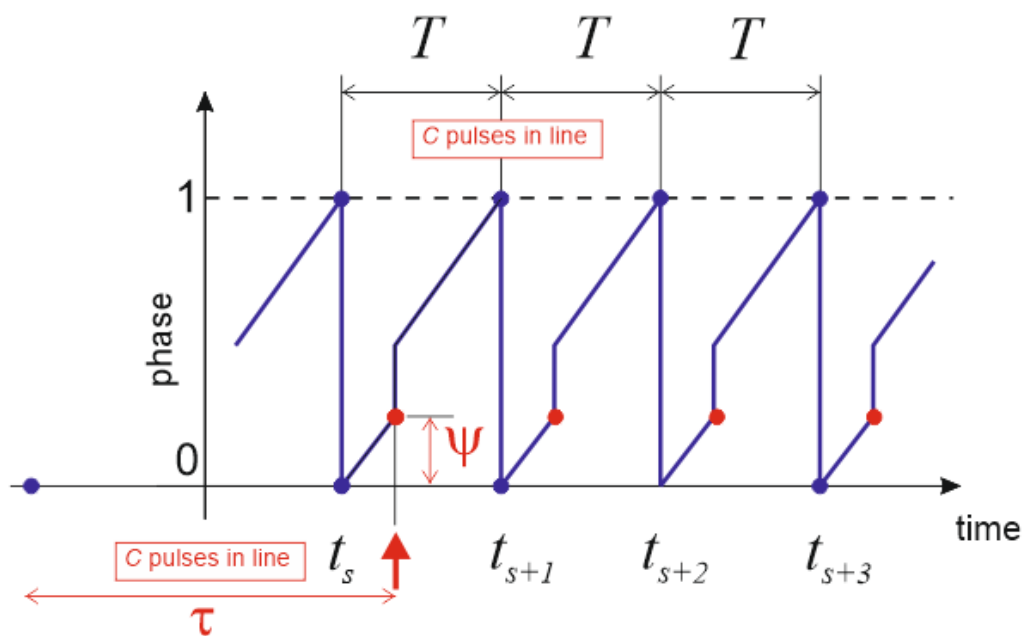
Распределение



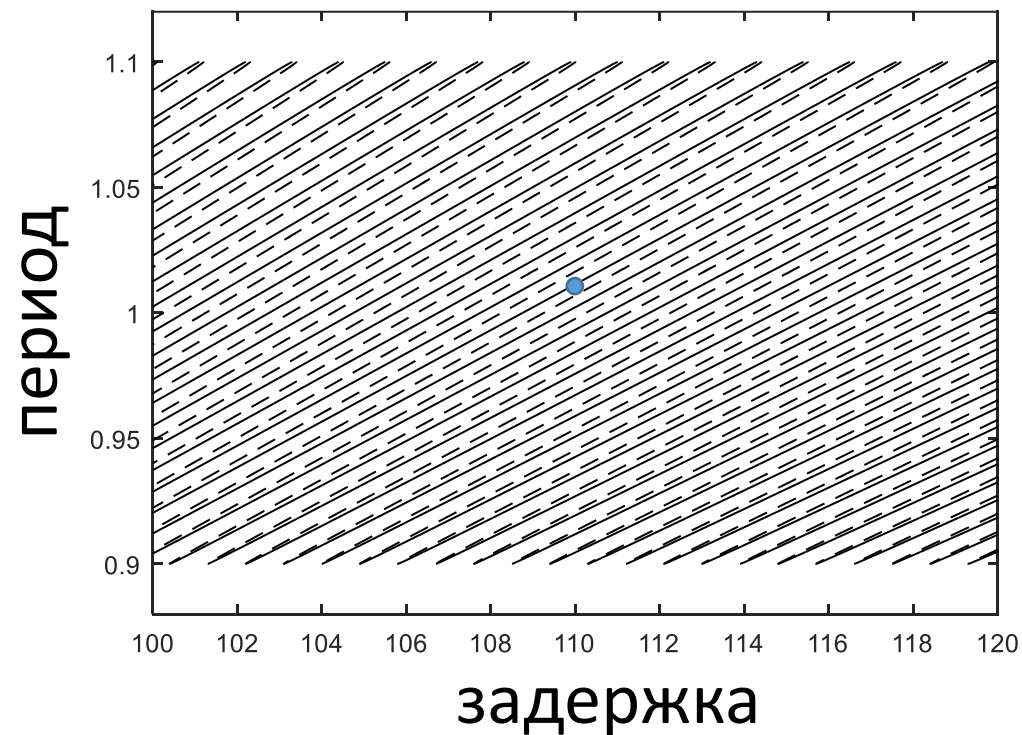
Вычисляем текущее среднее
(время усреднения = задержка)

Фаза прихода импульсов Ψ

Без шума: $T = T_C$, $\Psi = \Psi_C$

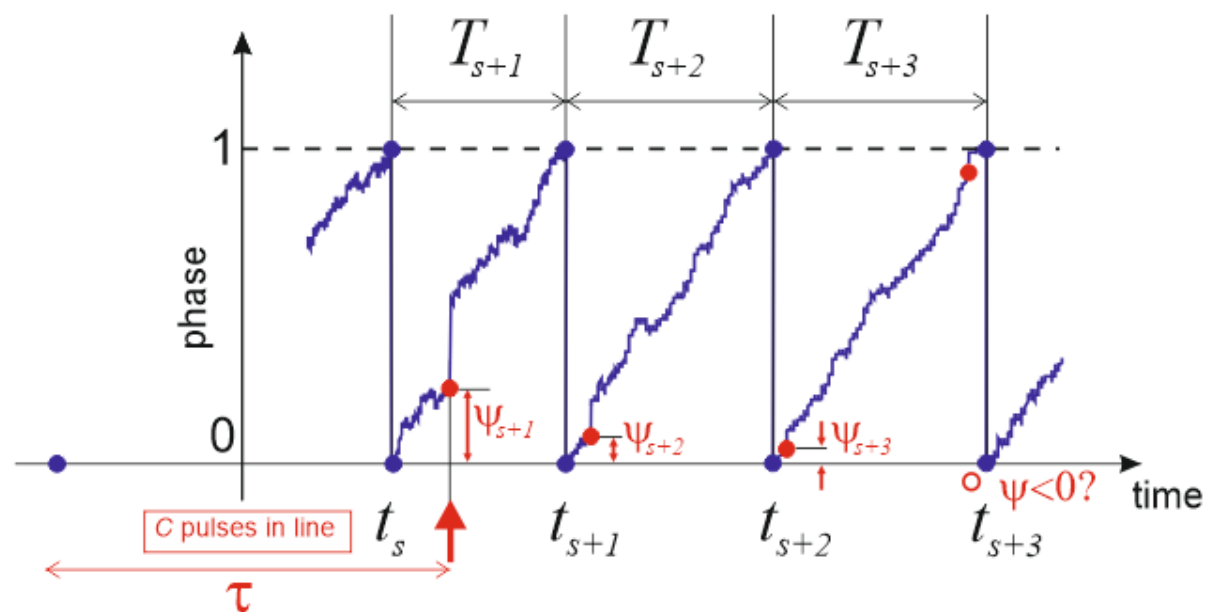


C – емкость линии задержки

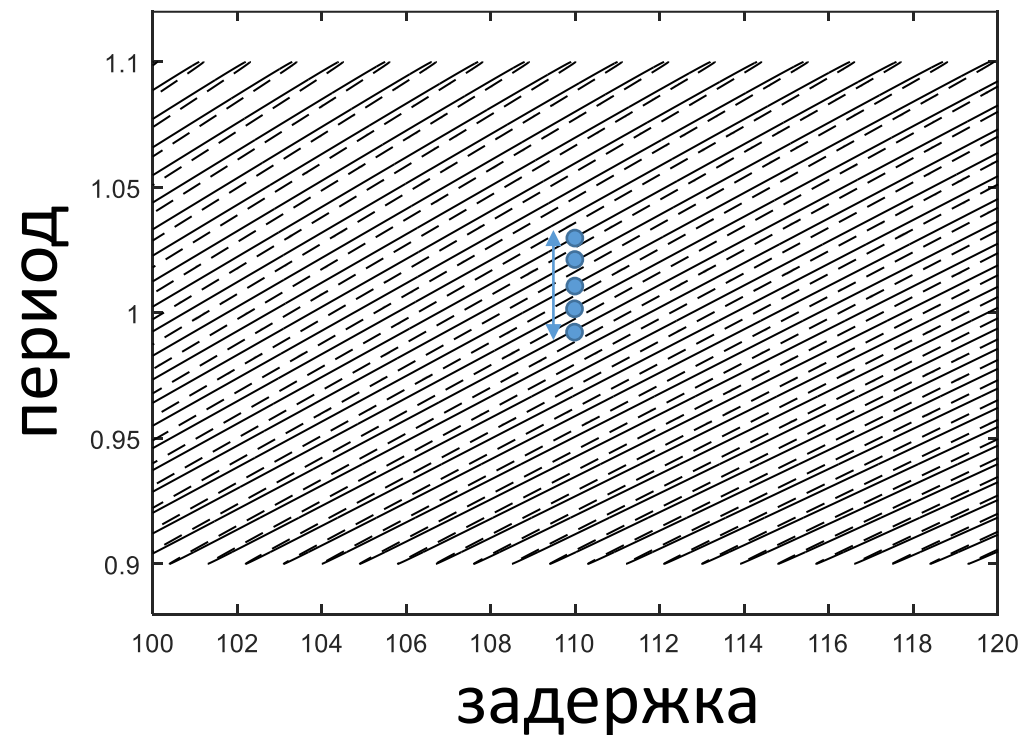


Фаза прихода импульсов Ψ

ШУМ ДОБАВЛЕН: T и Ψ флуктуируют

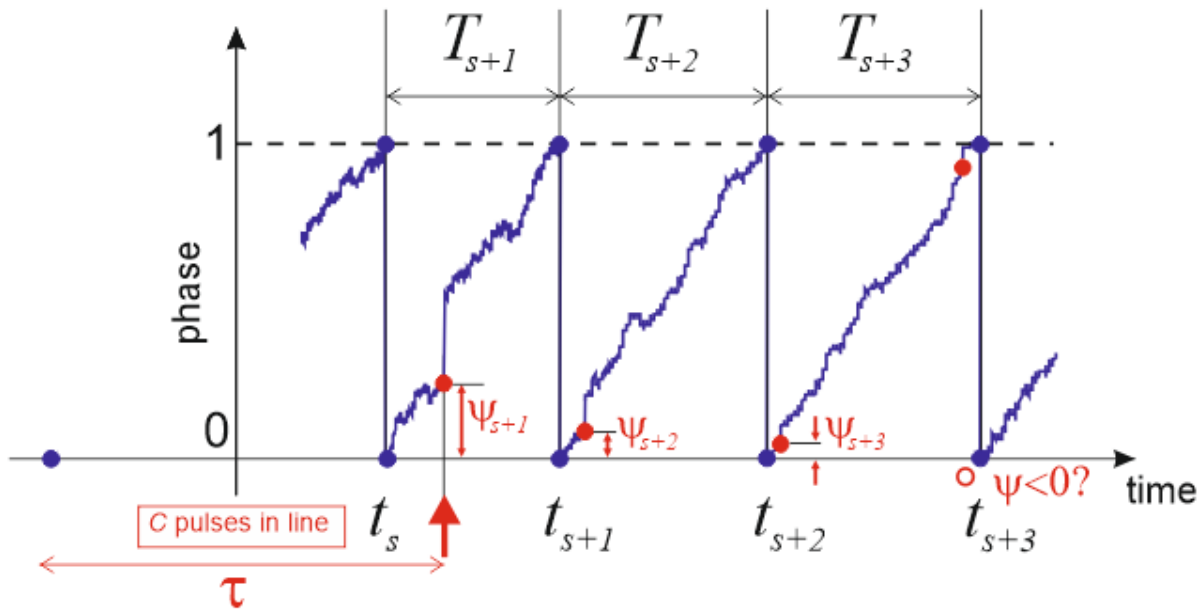


C – емкость линии задержки
МОЖЕТ ИЗМЕНЯТЬСЯ

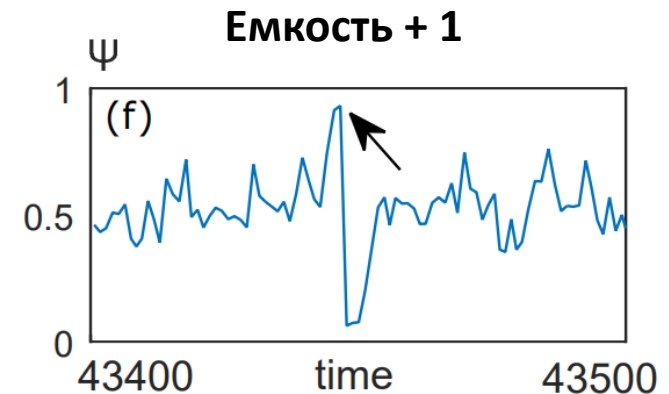
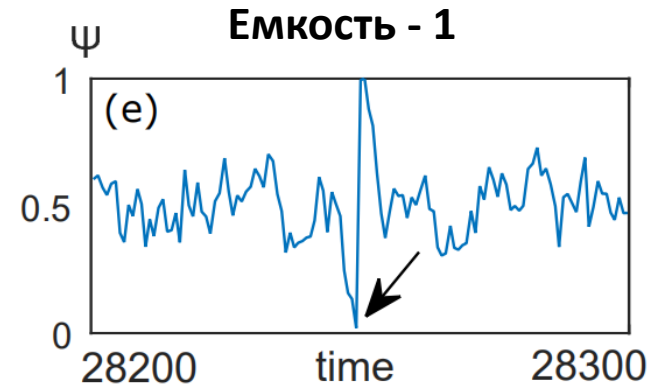


Фаза прихода импульсов Ψ

ШУМ ДОБАВЛЕН: T и Ψ флуктуируют



**C – емкость линии задержки
МОЖЕТ ИЗМЕНЯТЬСЯ**



Динамика фазы прихода импульса Ψ

$$x_{s+1} = -\varepsilon \sum_{k=s-C+1}^s x_s + \sigma \eta_s$$

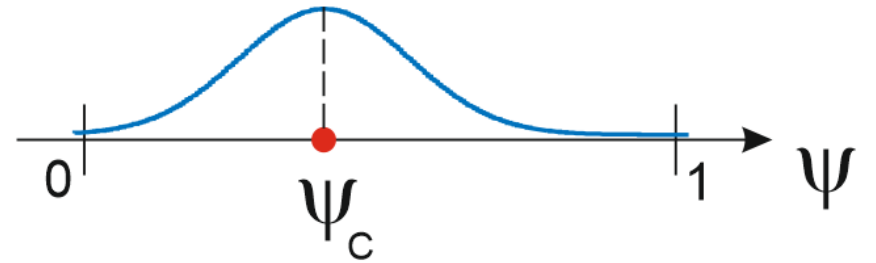
- авторегрессионный процесс

$$V = \sigma_D^2 \frac{1}{1-\varepsilon} + \sigma_P^2 \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{2(1-\varepsilon)} \right)$$

- дисперсия

шум задержки

фазовый шум



Динамика фазы прихода импульса Ψ

$$x_{s+1} = -\varepsilon \sum_{k=s-C+1}^s x_s + \sigma \eta_s$$

- авторегрессионный процесс

$$V = \sigma_D^2 \frac{1}{1-\varepsilon} + \sigma_P^2 \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{2(1-\varepsilon)} \right)$$

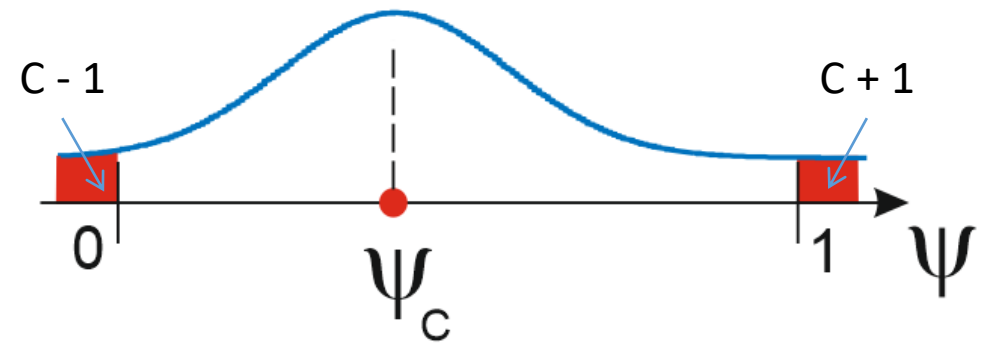
- дисперсия

шум задержки

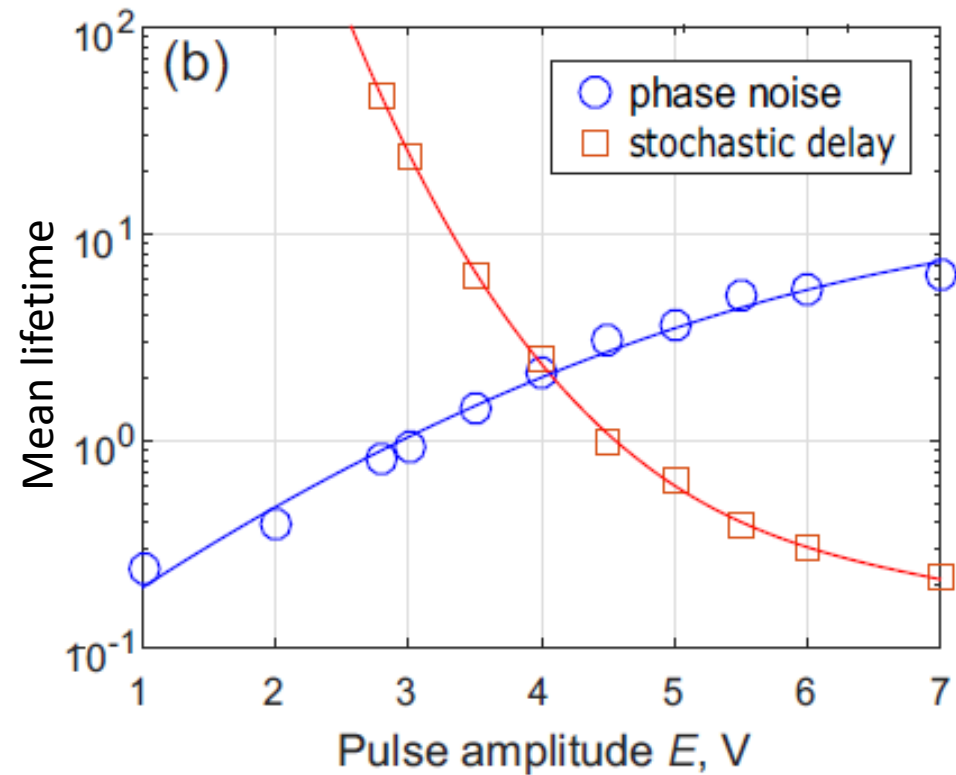
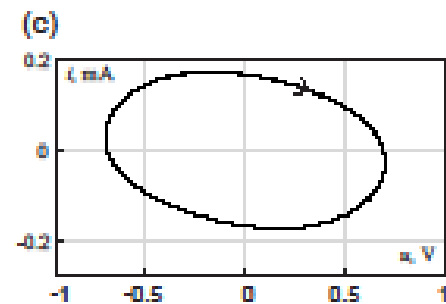
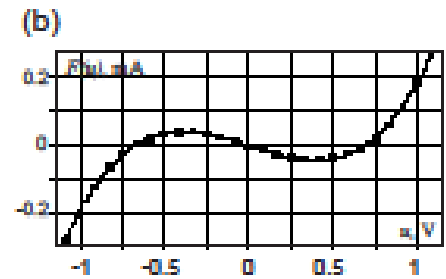
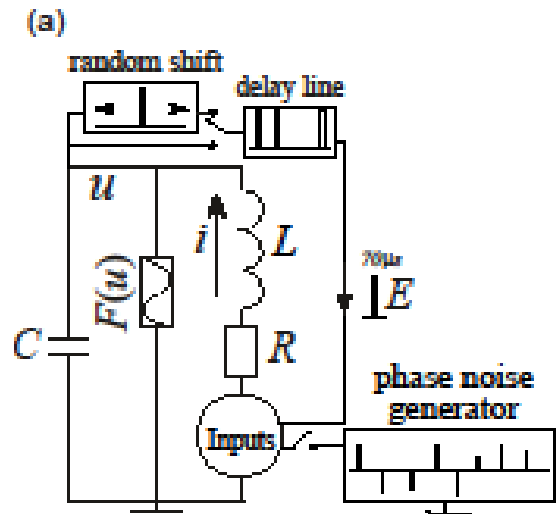
фазовый шум

$$L(C) \sim \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{V}} \exp\left(\frac{1}{8V}\right)$$

- время жизни



Эксперимент: электронный генератор



Klinshov, V., Shchapin, D. and D'Huys, O., 2020.
Mode hopping in oscillating systems with stochastic delays.
Physical Review Letters, 125(3), p.034101.