

**ЭЛЕКТРОННЫЕ ДЫРЫ В ТОКОВОМ СЛОЕ  
МАГНИТНОГО ХВОСТА ЗЕМЛИ: РОЛЬ  
ГРАДИЕНТОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И  
АНИЗОТРОПИИ ЭЛЕКТРОНОВ**

**Шустов П.И., Кузичев И.В., Васько И.Ю.,  
Артемьев А.В., Петрукович А.А.**

*ИКИ РАН, г. Москва, Россия*

Электронные дырки – электростатическая солитонная структура. Представляет собой локализованную область, в которой фазовая плотность электронов меньше, чем в окружающей плазме.

Уменьшение плотности электронов внутри дырки связано с соответствующим увеличением плотности объемного заряда (и как следствие максимум электрического потенциала), что самосогласованным образом приводит к захвату траекторий электронов.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial v} = 0.$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \omega_p^2 \left[ \int f \frac{dv}{v_0} - 1 \right],$$

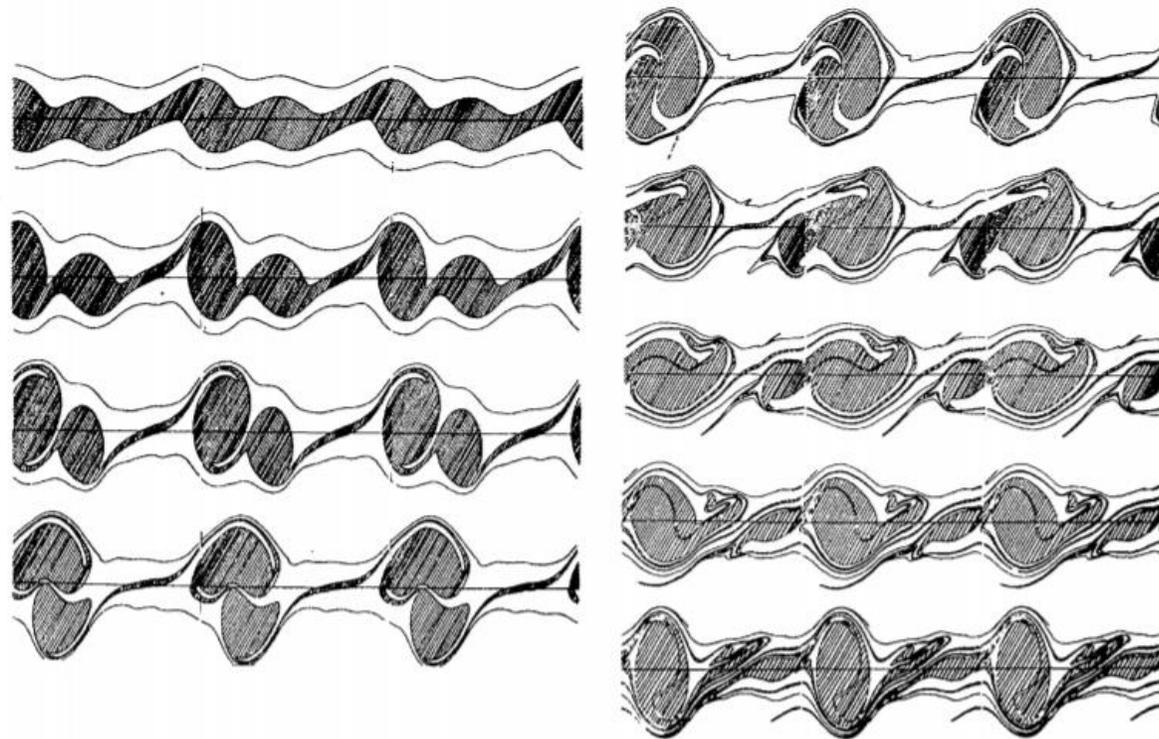


FIG. 1. Evolution in phase space of a two-stream instability from time steps 200 to 600 at intervals of 50 steps. Each step is 1/20 of a plasma period, and the horizontal and vertical coordinates are  $x$ ,  $v$ , respectively. Periodic boundaries have been imposed and three identical periods are shown along each row. The shaded area represents the  $f=0$  region enclosed by the plasma fluid.

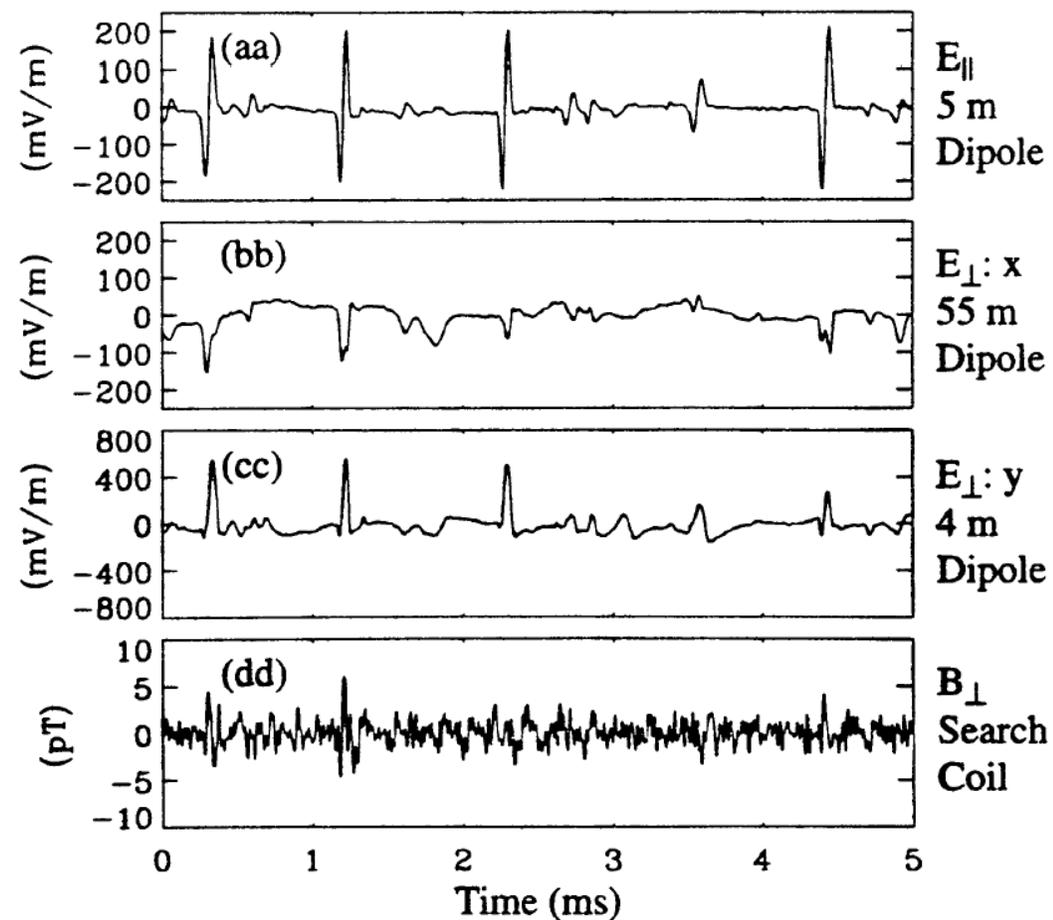
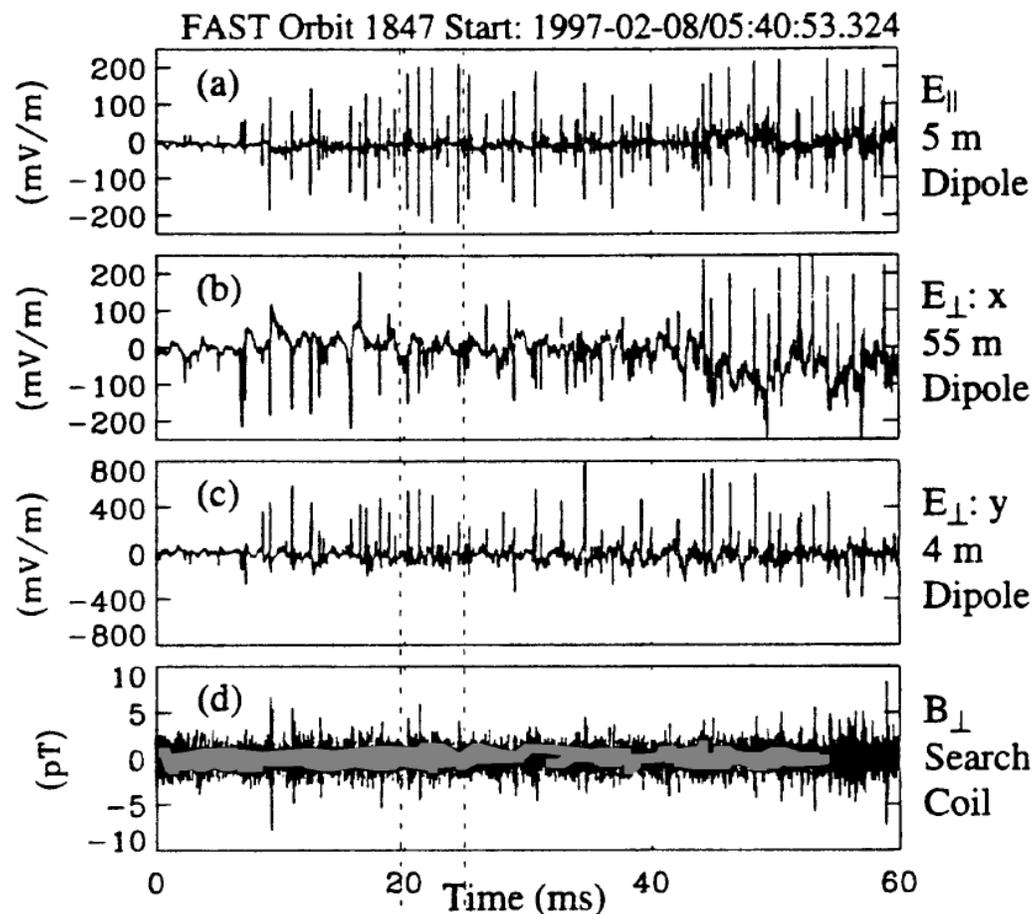
Berk and Roberts, 1967

Высокоамплитудные солитонные волны (вплоть до нескольких В/м)

Скорость – много больше скорости ионного звука (до нескольких тысяч км/с)

Размер – несколько радиусов Дебая

Ergun et al., 1998



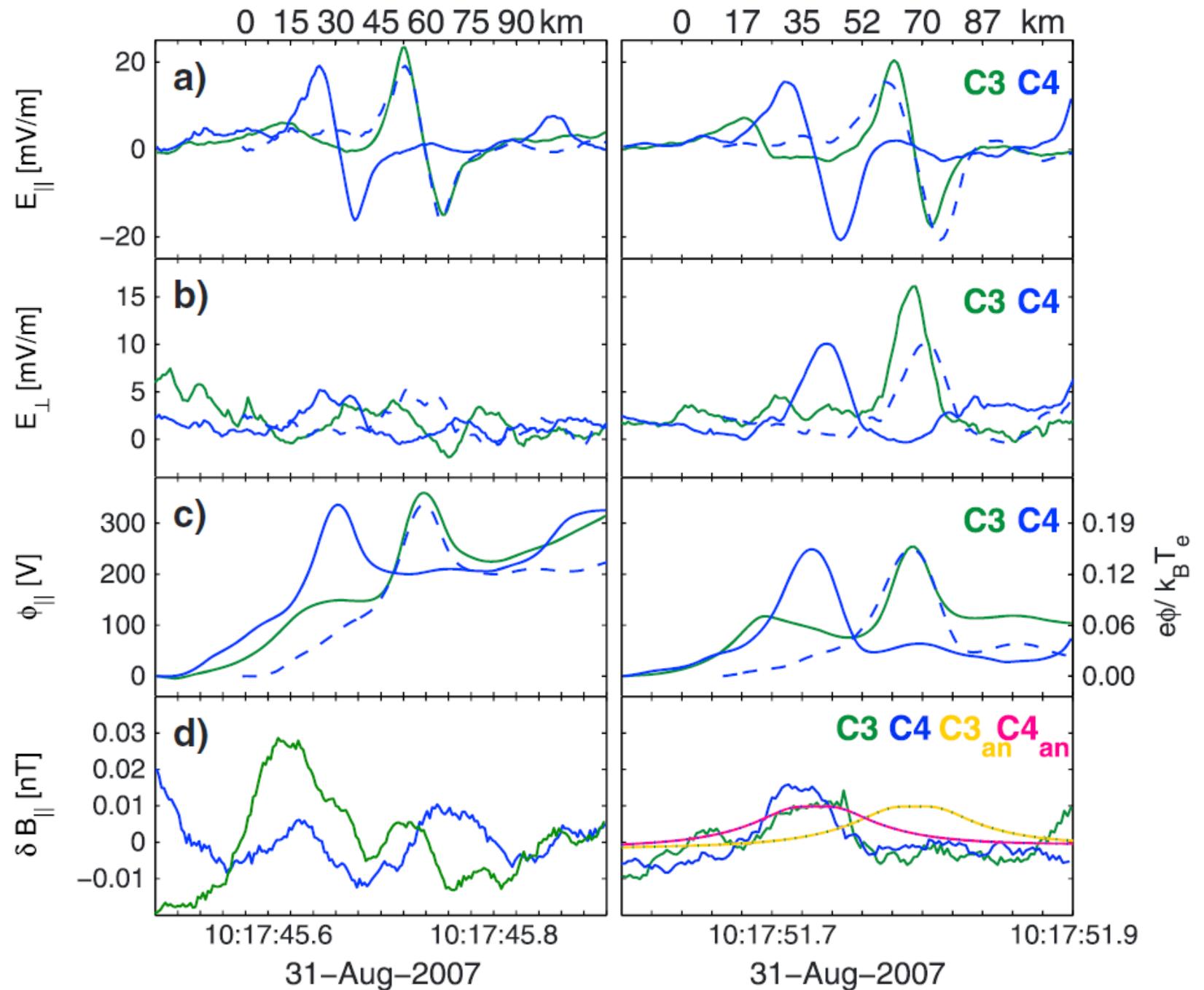
Наблюдения: на границах плазменного слоя, на границе ударной волны, в авроральной области

Быстрые – несколько десятков тепловых скоростей электронов  $v_{eT}$ . Медленные – порядка  $v_{eT}$  и меньше.

# Медленные электронные дырки в хвосте магнитосферы

Относительно медленные  
( $\sim 500\text{km/s}$ , существенно  
меньше  $v_{eT}$ ) электронные  
дырки наблюдаются вблизи  
плазменном слое в хвосте  
магнитосферы

Norgen et al. 2015



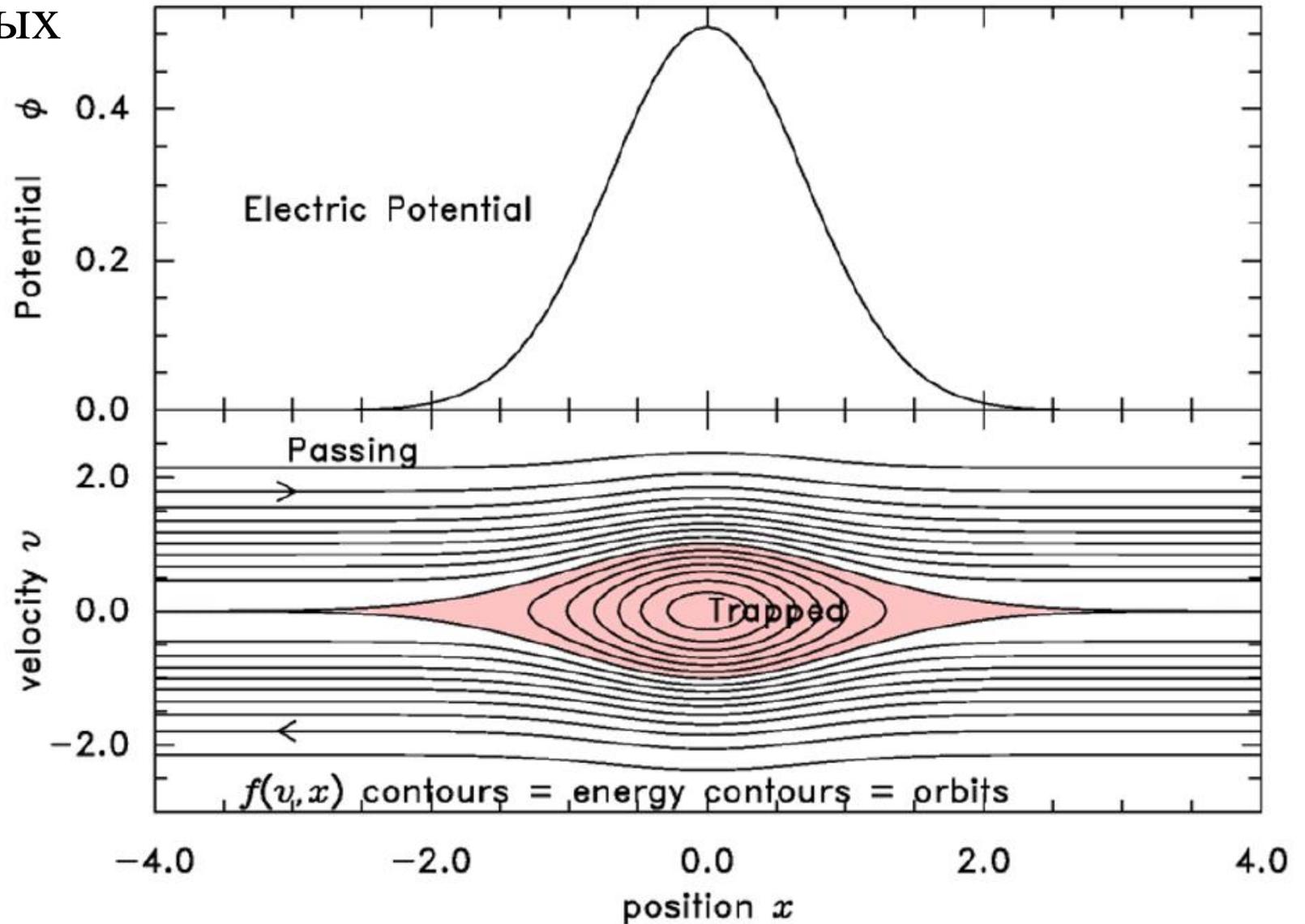
# Описание функции распределения электронных дыр

Полная энергия частицы:  $E = v^2 - \phi$

Частиц, квадрат скорости которых  
меньше значения потенциала,  
захвачены электронной дыркой

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial v} = 0.$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -\rho = -n_i + n_e,$$



# Уравнения с учетом анизотропии

Рассмотрим токовый слой с неоднородным магнитным полем  $b(s)$ , и постоянной плотностью ионов вдоль линий магнитного поля (модели токового слоя Schindler). Предполагаем электроны замагниченными и распределенными по Максвеллу с температурной анизотропией в нейтральной плоскости:  $A = (T_{\parallel}/T_{\perp})_{s=0}$

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial f_e}{\partial s} - E_{\parallel} \frac{\partial f_e}{\partial v_{\parallel}} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -\rho = -n_i + n_e$$



$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial f_e}{\partial s} + \left( \frac{\partial \phi}{\partial s} - \mu \frac{\partial b}{\partial s} - E_{\parallel} \right) \frac{\partial f_e}{\partial v_{\parallel}} = 0$$

$$\frac{\partial E_{\parallel}}{\partial t} = b(s) \int v_{\parallel} f_e(v_{\parallel}, \mu, t) dv_{\parallel} d\mu$$

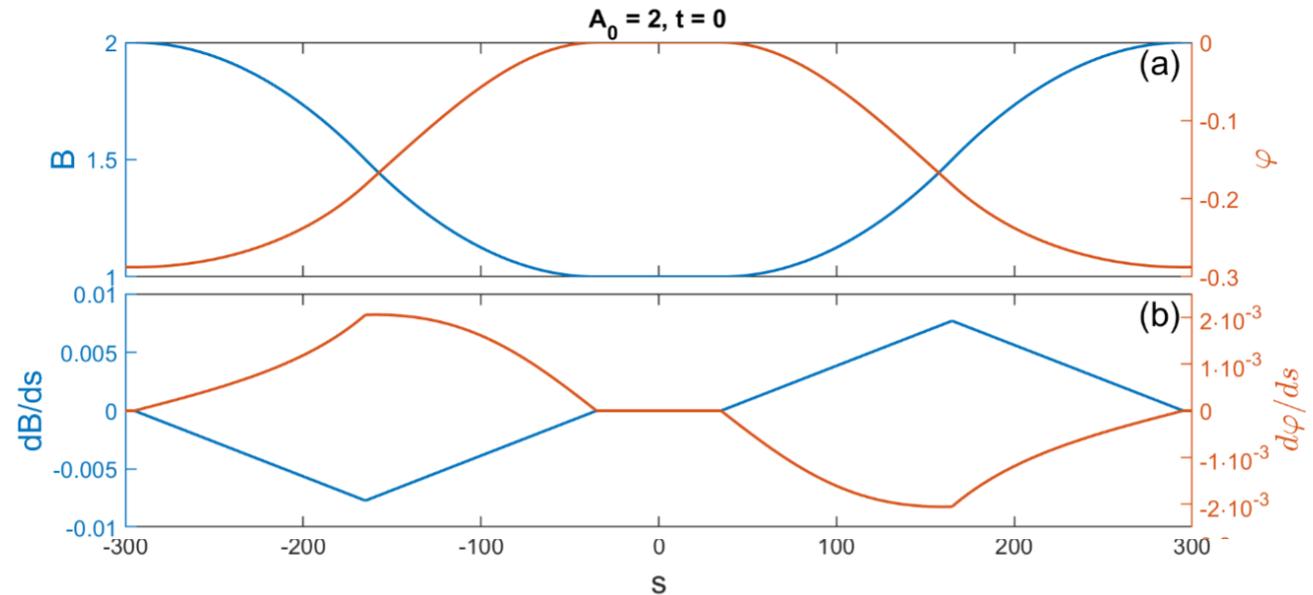
где  $\phi(s)$  электростатический потенциал возникающий в связи с квазинетральностью при анизотропии.

# Постановка численной задачи

- 1) Скорость электронной дырки превышает тепловую скорость ионов – рассматриваем ионы как неподвижный фон
- 2) Начальный момент – дырка в нейтральной плоскости токового слоя, в однородном поле
- 3) Начальное распределение может быть получено Методом Bernstein-Green-Kruskal (BGK) равновесия, адаптированного к электронным дыркам

I. V. Bernstein, J. M. Greene, and M. D. Kruskal, “Exact Nonlinear Plasma Oscillations,” *Phys-697ical Review*108, 546–550 (1957).

Turikov, “Electron Phase Space Holes as Localized BGK Solutions,” *Phys. Scr.*30, 73–77514(1984).



# Функция распределения пролетных частиц

Полагаем потенциал дырки в  $t=0$ :

$$\Phi|_{t=0} = \Phi_0 \cosh^{-2}(s/D),$$

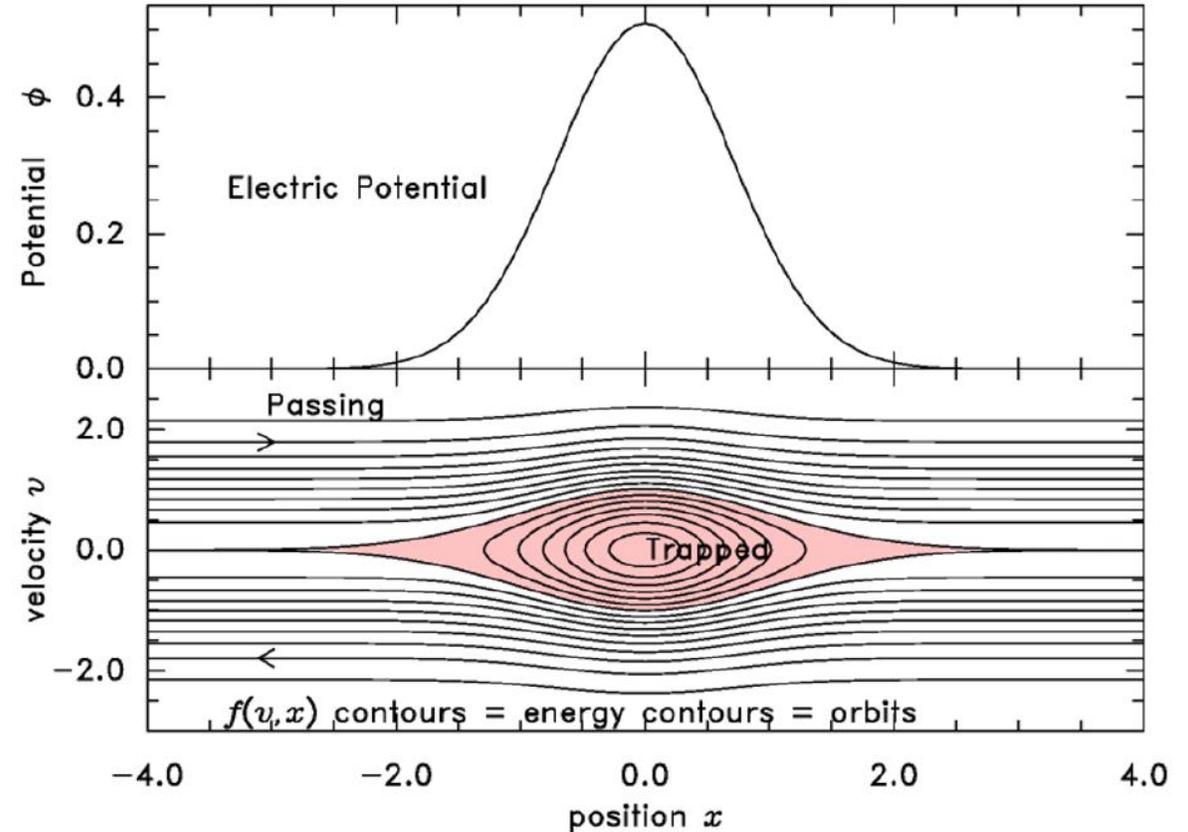
Тогда функцию распределения пролетных частиц можно определить из асимптотики  $s \gg D$ , где мы считаем ее Максвелловской:

$$f_e|_{t=0, |s| \gg D} = A_0 (2\pi)^{-3/2} e^{-v_{\parallel}^2/2 + \varphi(s) - \mu B(s)A(s)}$$

Учитывая, закон сохранения энергии, с учетом потенциала, ее можно записать:

$$f_e|_{t=0} = A_0 (2\pi)^{-3/2} e^{-(v_H + \sigma \sqrt{w})^2/2 + \varphi(s) - \mu B(s)A(s)},$$

$$\sigma = \text{sgn}(v_{\parallel} - v_H), \quad w = (v_{\parallel} - v_H)^2 - 2\Phi|_{t=0}$$



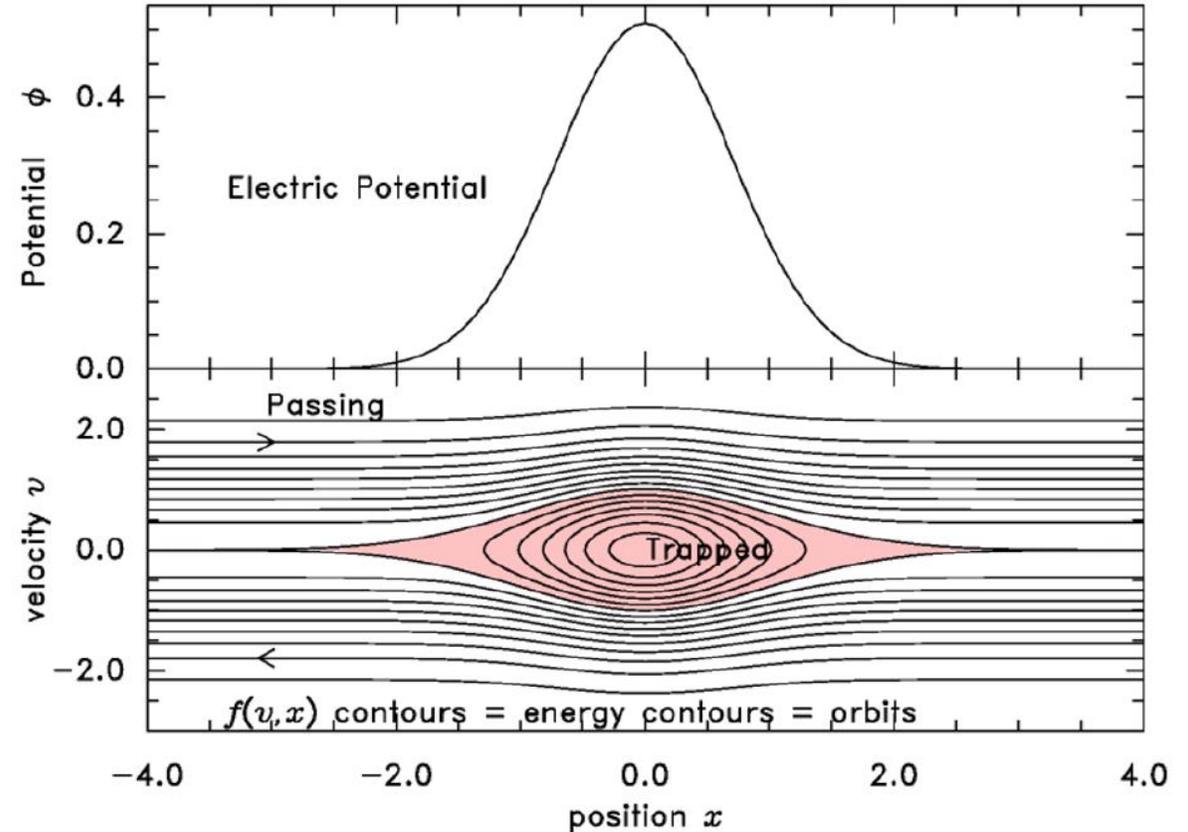
# Функция распределения захваченных частиц

Для расчета ф.р. захваченных частиц используем метод ВГК адаптированный Туриковым:

$$f_{tr} = \frac{\sqrt{-w}}{2\pi} \int_0^\infty \frac{dw' [f_p^{(+)}(w') + f_p^{(-)}(w')]}{\sqrt{w'(w'-w)}} - \frac{1}{\pi} \int_0^{-w} \frac{d^2V}{d\phi^2} \frac{d\phi}{\sqrt{-w-\phi}}$$

где  $w = v^2 - \phi$  и классический потенциал, определяющийся из:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{dV(\phi)}{d\phi}$$



Turikov, "Electron Phase Space Holes as Localized BGK Solutions," Phys. Scr.30, 73–77514(1984).

Уравнение Власова: 
$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial f_e}{\partial s} + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial s} - \mu \frac{\partial B}{\partial s} - E_{\parallel} \right) \frac{\partial f_e}{\partial v_{\parallel}} = 0$$

Уравнение Ампера: 
$$\frac{\partial E_{\parallel}}{\partial t} = -j_{\parallel} = 2\pi \int v_{\parallel} f_e(s, v_{\parallel}, \mu, t) B(s) dv_{\parallel} d\mu.$$

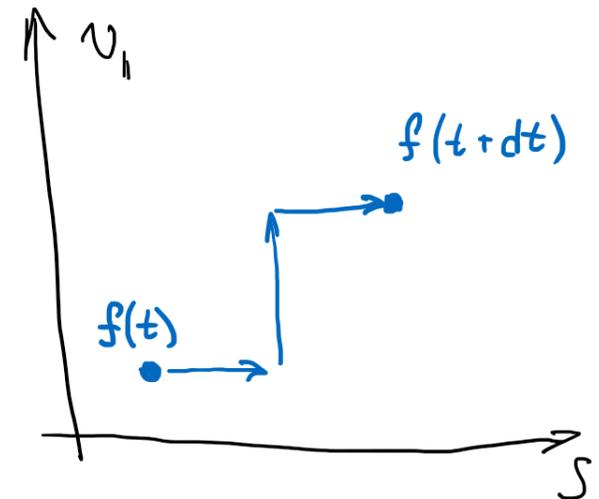
Начальные условия: 
$$\begin{cases} f_e|_{t=0} = A_0 (2\pi)^{-3/2} e^{-(v_H + \sigma \sqrt{w})^2 / 2 + \varphi(s) - \mu B(s) A(s)}, \\ \Phi|_{t=0} = \Phi_0 \cosh^{-2}(s/D), \end{cases}$$

Поскольку  $\mu$  является сохраняющейся величиной, мы разбиваем популяцию электронов на несколько с разными значениями  $\mu$ .

$$f(t) \longrightarrow f^* = T_s(\Delta t/2) f(t),$$

$$f^* \longrightarrow f^{**} = T_{v_{\parallel}}(\Delta t) f^*,$$

$$f^{**} \longrightarrow f(t + \Delta t) = T_s(\Delta t/2) f^{**},$$

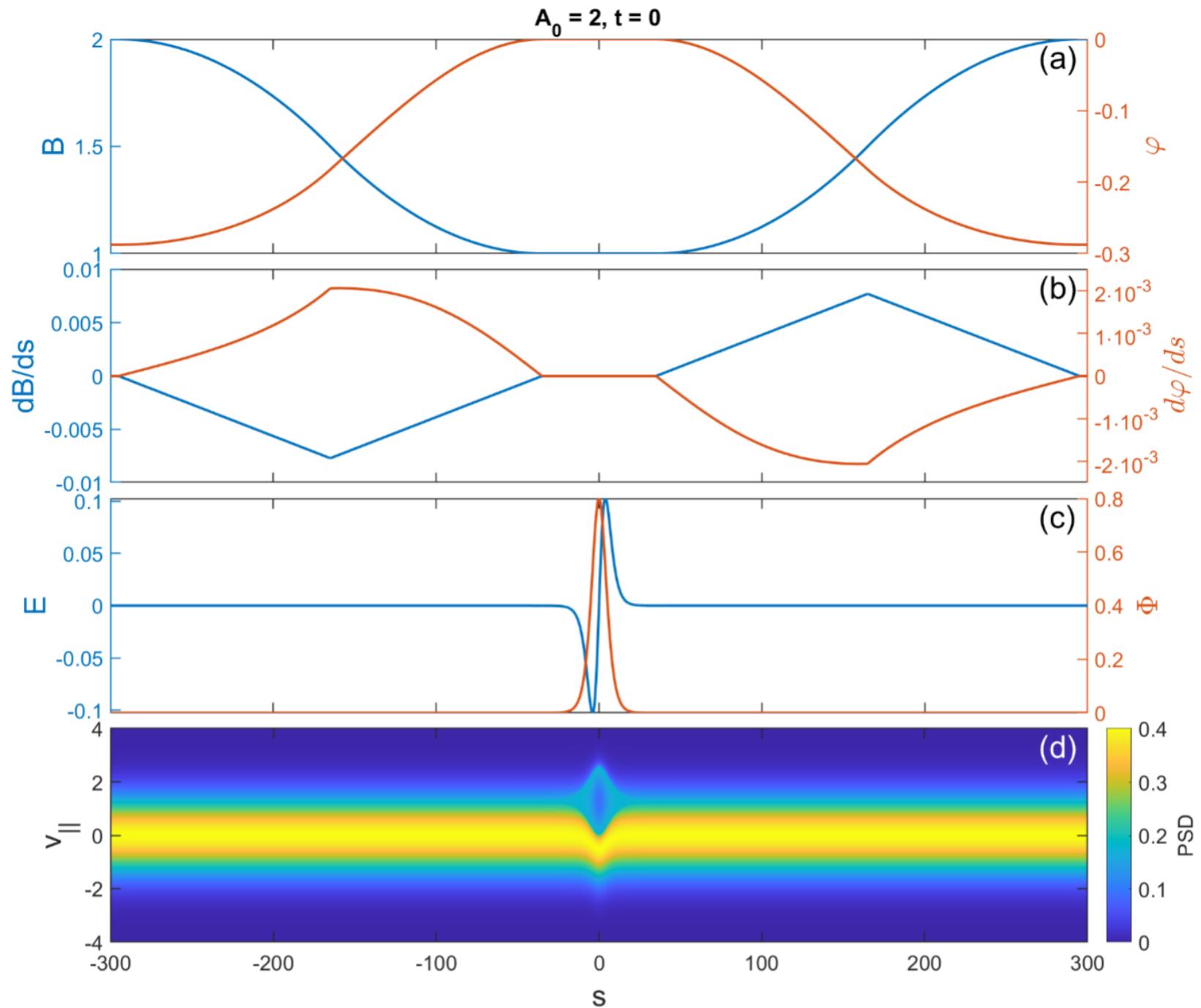


Магнитное поле и потенциал

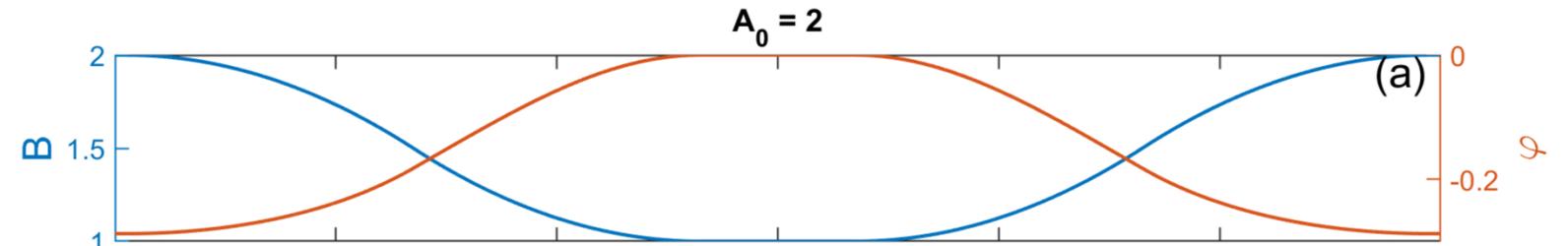
Производная поля и  
внешнего электрического  
потенциала

Начальные электрическое  
поле и потенциал дырки

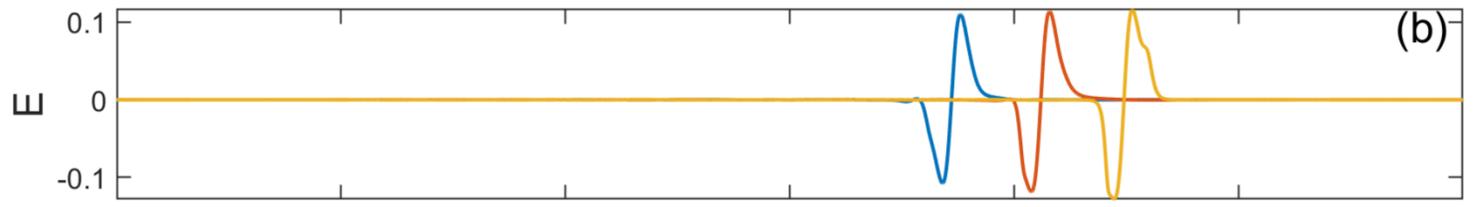
Функция распределения  
дырки в фазовом  
пространстве



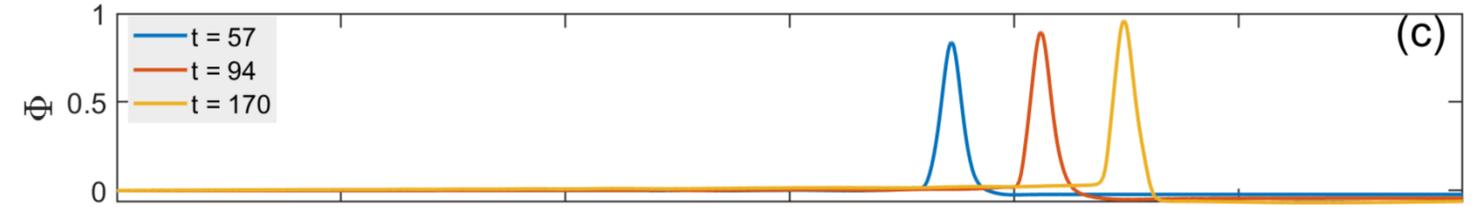
Магнитное поле и потенциал



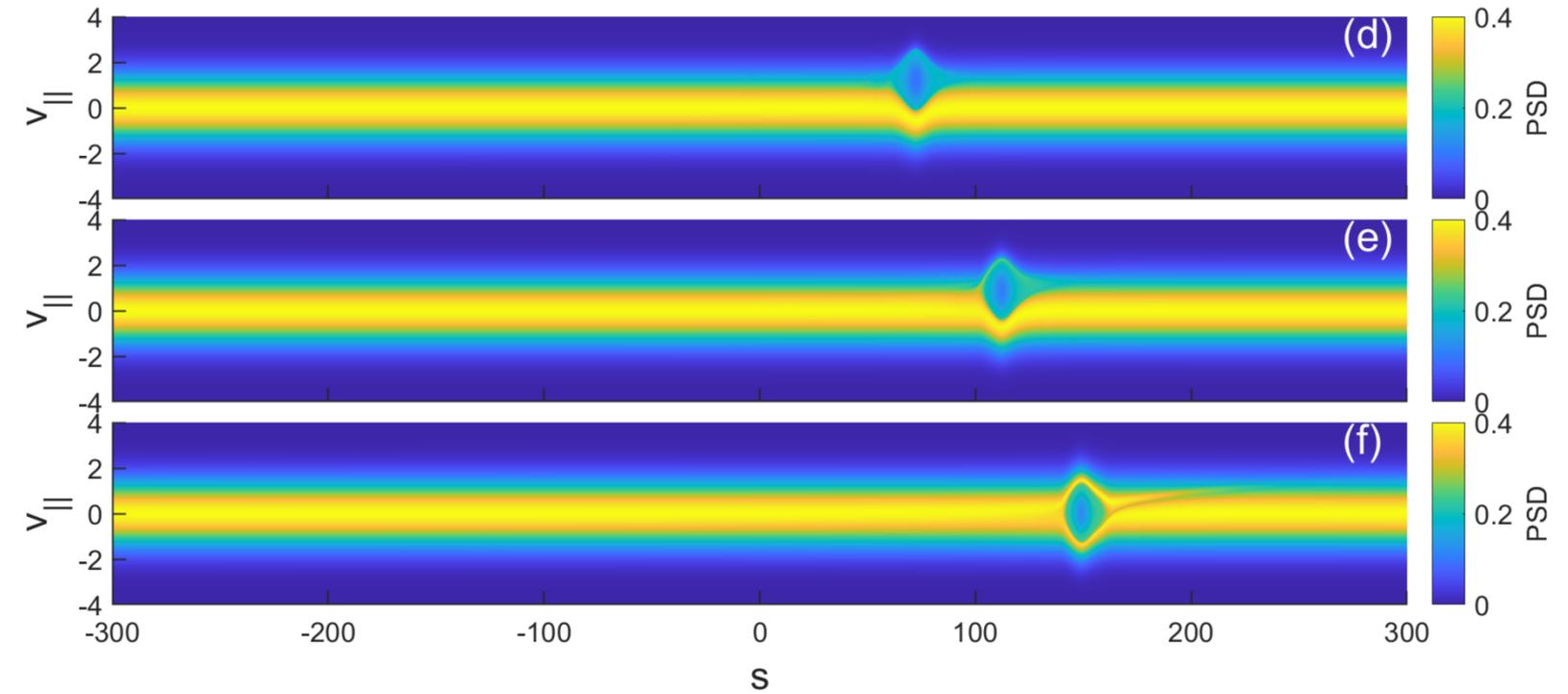
Электрическое поле дырки



Электрический потенциал дырки



Эволюция функции  
распределения дырки в  
фазовом пространстве

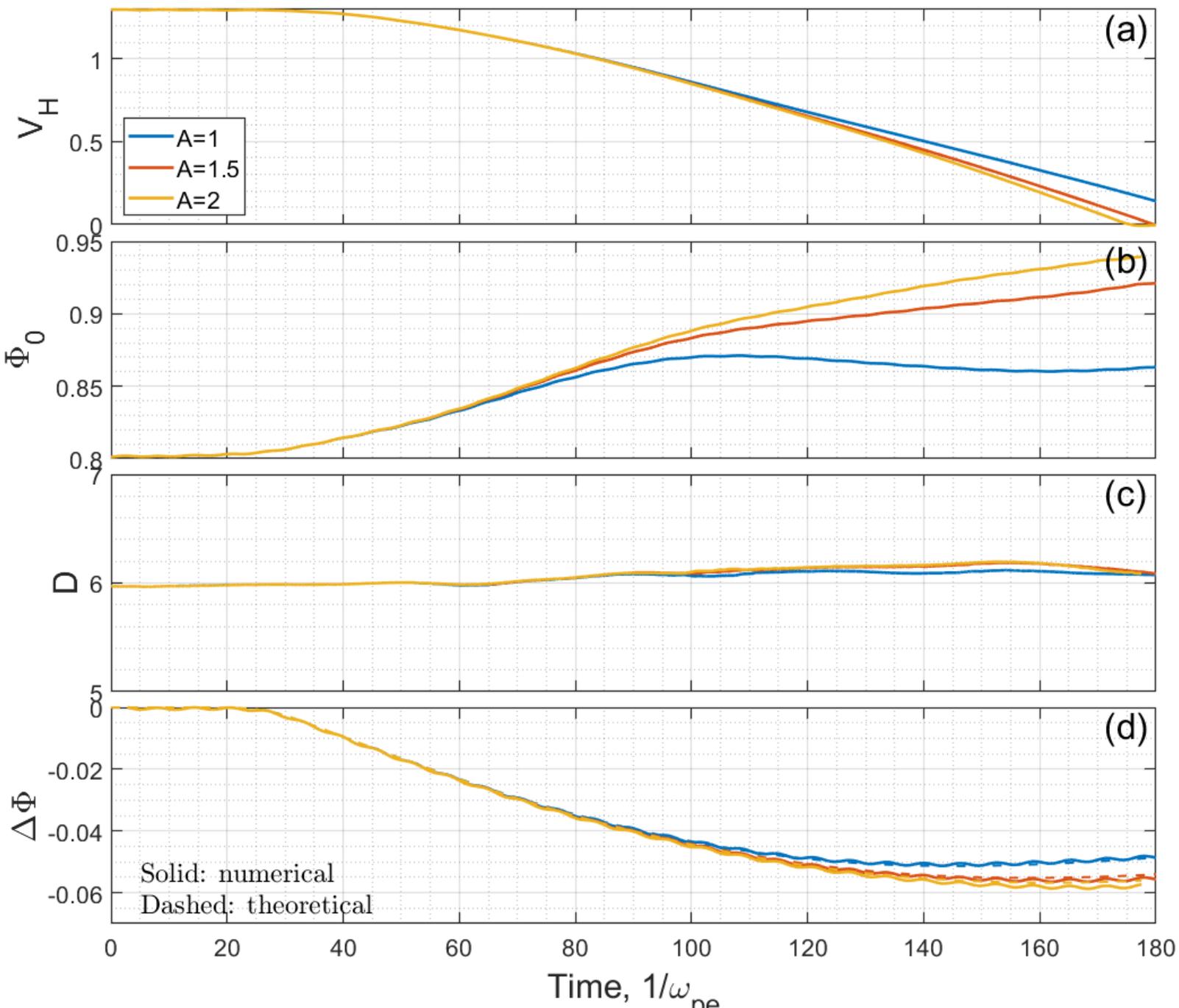


Анизотропия ( $A \neq 1$ ) приводит к изменению темпа ускорения дырки при движении в сторону увеличения магнитного поля.

Амплитуда потенциала (скачка электрического поля) меняется

Ширина магнитной дырки остается неизменной

Интегрируя уравнение сохранения момента вдоль силовых линий можно получить уравнение на скачек потенциала, и сравнить его с получаемым в численном счете решением



## Результаты:

- Продемонстрированы эффекты температурной анизотропии на распространении электронных дырок
- Анизотропия приводит к дополнительному ускорению дырок в неоднородном магнитном поле
- Результаты моделирования могут быть полезны при интерпретации наблюдения электронных дырок