

Распространение фронта неустойчивости при самофокусировке

А. М. Камчатнов, Д. В. Шайкин

Институт спектроскопии РАН

XXX Научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике
20 декабря 2021 г.

Распространение фронта: диссипативные системы

R. A. Fisher, *Ann. Eugenics*, 7, 355 (1937)

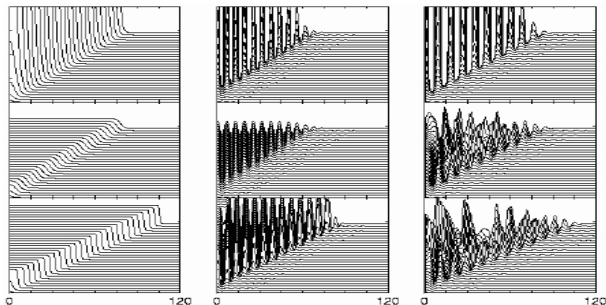
А. Н. Колмогоров, И. Г. Петровский, Н. С. Пискунов, *Бюл. МГУ*, 1, 1 (1937)

J. Swift, P. C. Hohenberg, *Phys. Rev.* 15, 319 (1977)

Y. Kuramoto, T. Tsuzuki, *Prog. Theor. Phys.* 55, 356 (1976)

G. I. Sivashinsky, *Acta Astronaut.* 4, 1177 (1977).

Имеется определённая асимптотическая скорость:



“Marginal stability”

G. Dee and J. S. Langer, Propagating Pattern Selection Phys. Rev. Lett., 50, 383 (1983)

W. van Saarloos, Front propagation into unstable states, Phys. Rep. 386, 29 (2003)

A. I. Chernykh, I. R. Gabitov, E. A. Kuznetsov, Defects in one-dimensional vortex lattices, in “Singular limits of dispersive Waves”, (1994)

Скорость фронта определяется уравнениями

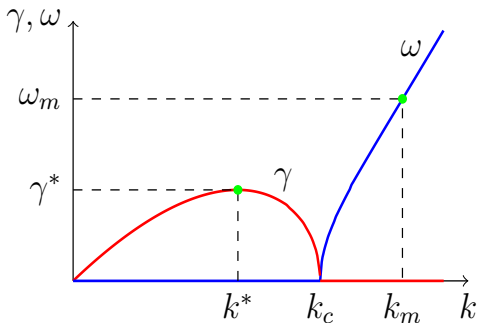
$$v = \left. \frac{d\omega'}{dk} \right|_{k=k_f}, \quad \left. \frac{d\omega''}{dk} \right|_{k=k_f} = 0$$

Модуляционная неустойчивость

В. И. Беспалов, В. И. Таланов, Письма ЖЭТФ, 3, 471 (1966)

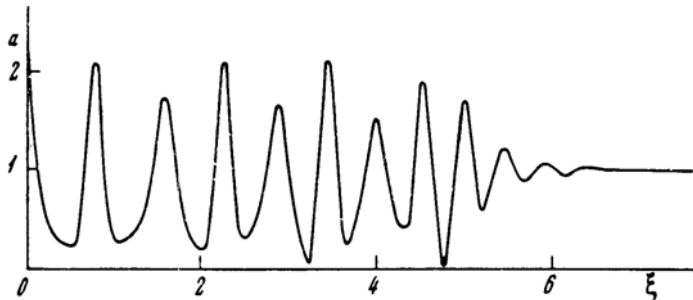
$$i\psi_t + \frac{1}{2}\psi_{xx} + |\psi|^2\psi = 0,$$

$$\gamma(k) = k\sqrt{\rho - k^2/4}, \quad \omega(k) = k\sqrt{k^2/4 - \rho}, \quad \rho = |\psi|^2$$



Численный расчёт

В. И. Карпман, Е. М. Крушкаль, ЖЭТФ, 55, 530 (1968)

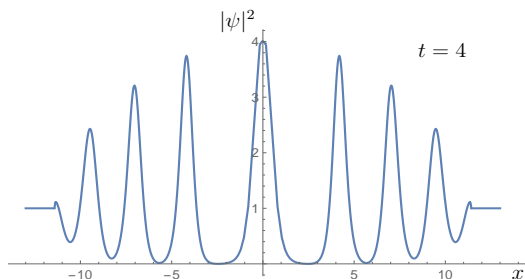


Модуляционная теория Уизема

A. M. Kamchatnov, Phys. Lett. A 162, 389 (1992)

G. A. El, A. V. Gurevich, V. V. Khodorovsky, A. L. Krylov, Phys. Lett. A 177, 357 (1993)

Р. Ф. Бикбаев, В. Р. Кудашев, Письма ЖЭТФ, 59, 741 (1994)



Фронт распространяется с минимальной групповой скоростью:

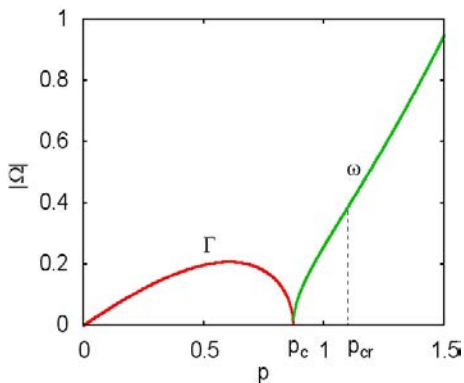
$$v_g = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=k_m}, \quad \left. \frac{d^2\omega}{dk^2} \right|_{k=k_m} = 0$$

Изгибная неустойчивость тёмных солитонов

Б. Б. Кадомцев, В. И. Петвиашвили, ДАН СССР, 192, 753 (1970)

В. Е. Захаров, Письма ЖЭТФ, 22, 364 (1975)

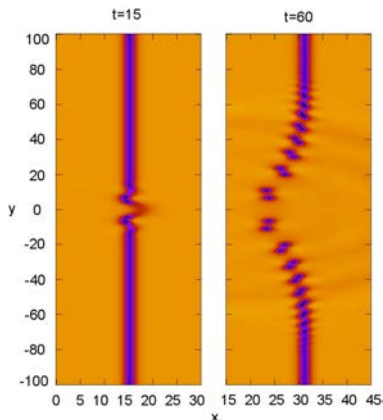
Е. А. Кузнецов, С. К. Турицын, ЖЭТФ, 94, 129 (1988)



Фронт изгибной неустойчивости

A. M. Kamchatnov, L. P. Pitaevskii, Phys. Rev. Lett. 100, 160402 (2008),

A. M. Kamchatnov, S. V. Korneev, Phys. Lett. A 375, 2577 (2011).



В этом случае фронт неустойчивости также распространяется с минимальной групповой скоростью изгибных волн.

Распространение фронта по эволюционирующему фону

A. M. Kamchatnov, D. V. Shaykin, Propagation of instability fronts in modulationally unstable systems, arXiv:2106.14380 (2021)

Фон

Фон описывается «плотностью» ρ и «скоростью течения» u :

$$\rho = \rho(x, t), \quad u = u(x, t),$$

Закон дисперсии

$$\omega = \omega(k, \rho, u), \quad v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}, \quad v_m = v_g(k_{cr}, \rho, u).$$

Скорость фронта

$$k_{cr} = k_{cr}(\rho, u), \quad \frac{dx}{dt} = v_m(\rho(x, t), u(x, t)).$$

Пример: задача Таланова

В. И. Таланов, Письма ЖЭТФ, 2, 218 (1965)

Начальное распределение

$$\rho_0(x) = \begin{cases} a^2(1 - x^2/l^2), & |x| \leq l, \\ 0, & |x| > l, \end{cases} \quad u_0(x) = 0.$$

Эволюция фона

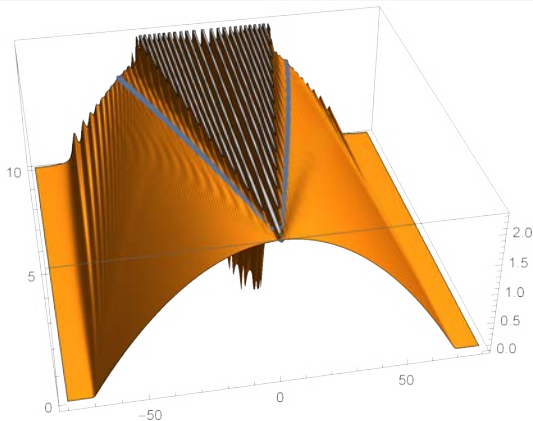
$$\rho(x, t) = \frac{a^2}{f(t)} \left(1 - \frac{x^2}{l^2 f^2(t)} \right),$$
$$u(x, z) = \frac{f'(t)}{f(t)} x = -\frac{2a}{l} \frac{\sqrt{1-f(t)}}{f^{3/2}(t)} x,$$
$$(2a/l)t = \sqrt{f(1-f)} + \arccos \sqrt{f}.$$

Движение фронта неустойчивости

Закон движения

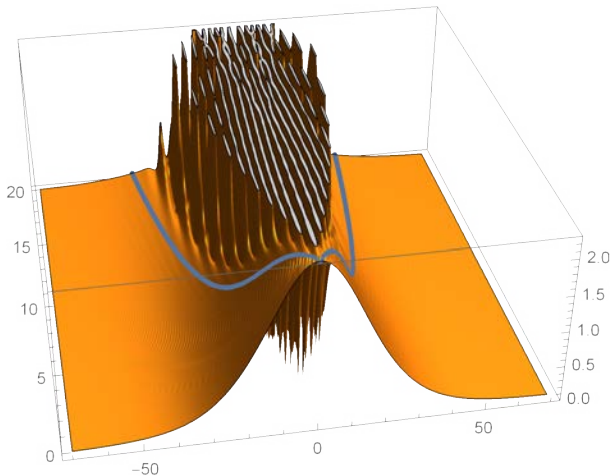
$$t(f) = (l/2a)(\sqrt{f(1-f)} + \arccos \sqrt{f}),$$

$$x(f) = -lf \sin \left(\sqrt{2} \ln \frac{1 + \sqrt{1-f}}{1 - \sqrt{1-f}} \right).$$

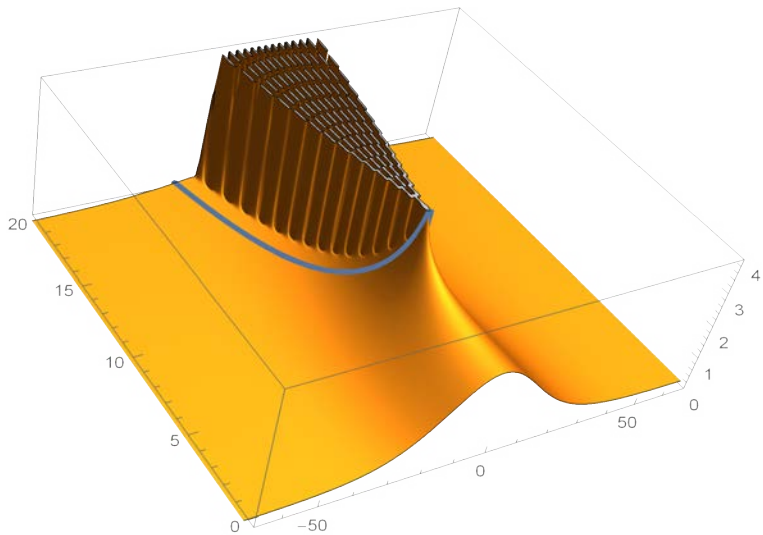


Задача Ахманова-Сухорукова-Хохлова

$$\rho_0(x) = \frac{a^2}{\cosh^2(x/l)}, \quad u_0(x) = 0 \quad \text{при} \quad t = 0.$$



Фокусировка



Спасибо за внимание!