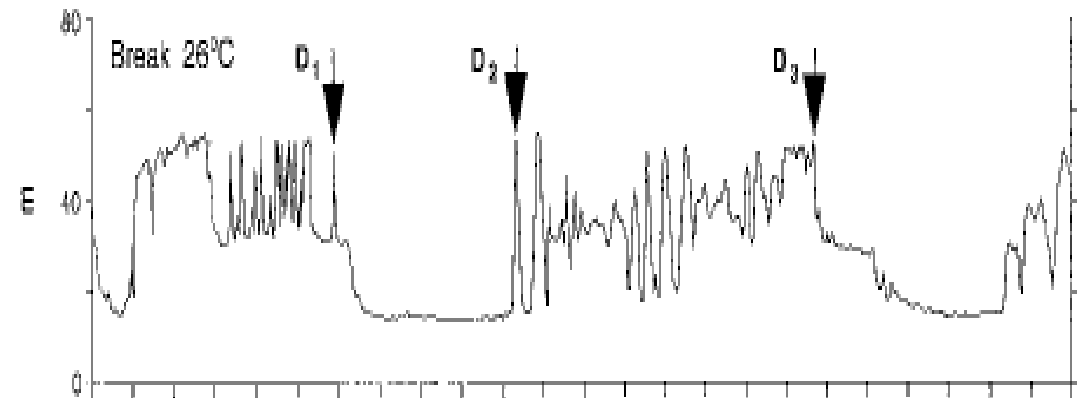
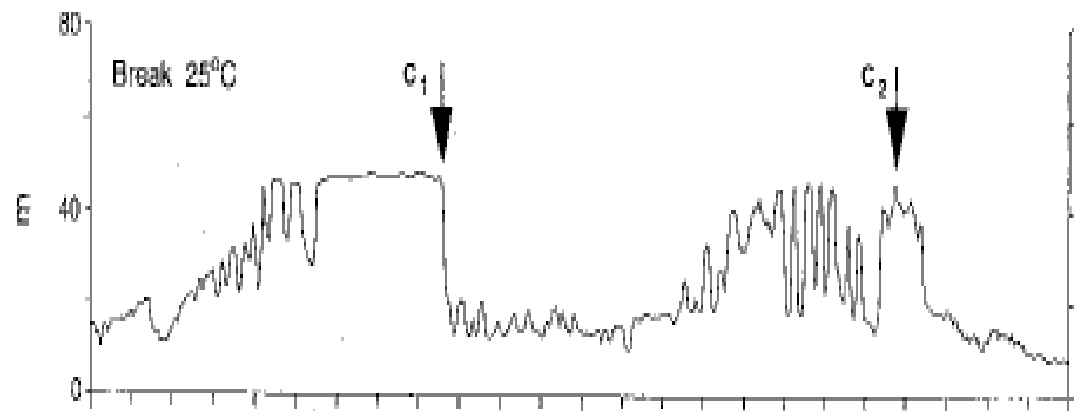
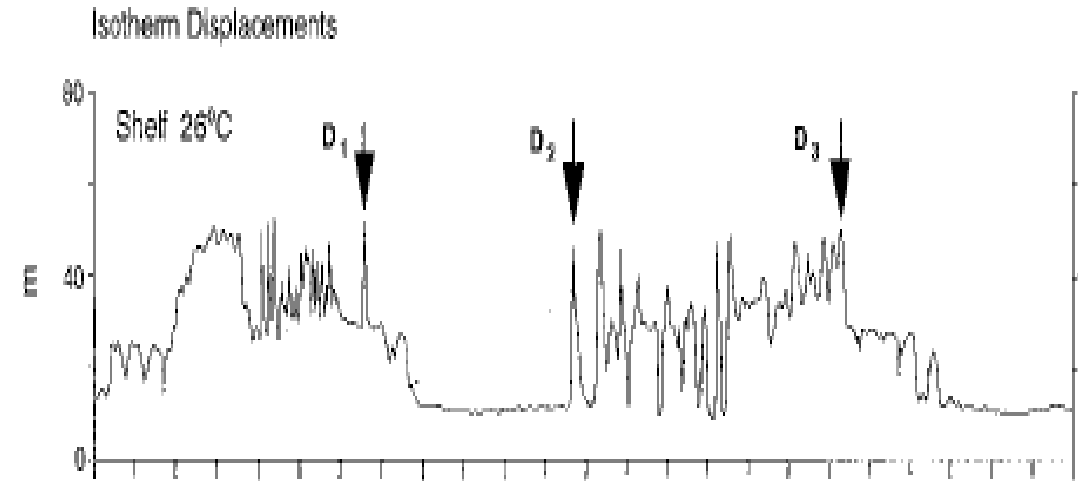
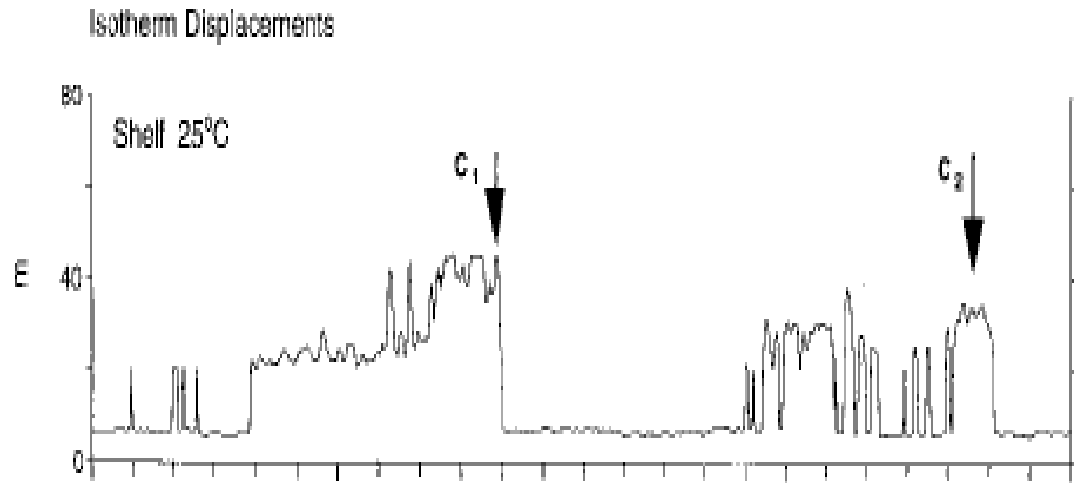


# Статистические характеристики ансамбля солитонов внутренних волн

**Талипова Т.Г., Диденкулова Е.Г., Пелиновский Е.Н.**

**Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород**

# Смещение изотерм в поле внутренних волн на шельфе Австралии



~ 13 солитоноподобных волн в цуге

# Модель эволюции длинных внутренних волн умеренной амплитуды Уравнение Гарднера

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \alpha u \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha_1 u^2 \frac{\partial u}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0$$

## • Интегрируемая модель

Коэффициенты модели являются функционалами стратификации

# Модель эволюции внутренних волн

Уравнение Гарднера для горизонтально – однородного океана можно записать в системе отсчета, бегущей с линейной скоростью волны,  $c$ , введя время  $\tau = x/c - t$ :

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} + \left( \frac{\alpha}{c^2} \eta + \frac{\alpha_1}{c^2} \eta^2 \right) \frac{\partial \eta}{\partial \tau} + \frac{\beta}{c^4} \frac{\partial^3 \eta}{\partial \tau^3} = 0$$

где  $\eta$  есть вертикальное смещение пикноклина в максимуме модовой функции  $\Phi(z)$ , определяемой из граничной задачи

$$\frac{d^2 \Phi}{dz^2} + \frac{N^2(z)}{c^2} \Phi = 0 \quad \Phi(0) = \Phi(H) = 0 \quad \Phi_{\max} = \Phi(z_{\max}) = 1$$

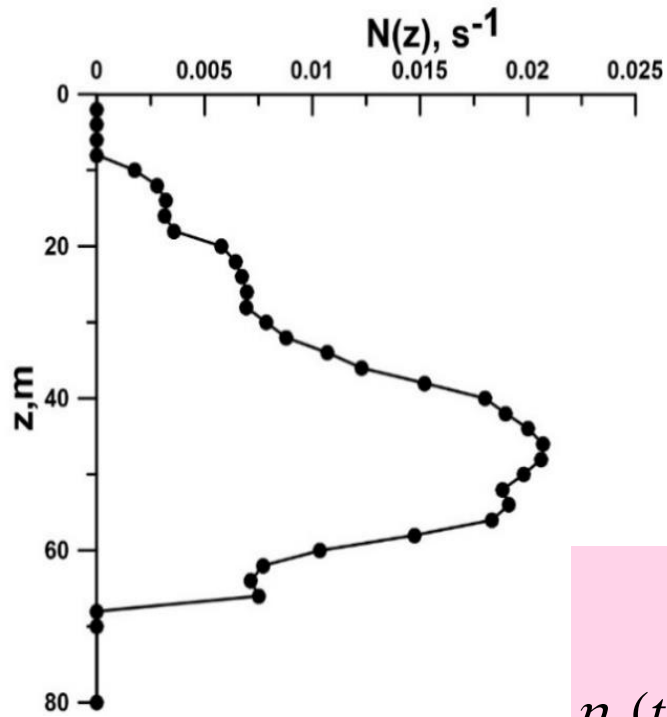
$$N^2(z) = -\frac{g}{\rho(z)} \frac{d\rho(z)}{dz}$$

# Параметры модели

Горизонтально – однородный океан, глубина 80 м. Стратификация соответствует измеренной на шельфе Австралии

## Коэффициенты уравнения Гарднера

$$c = 0.32 \text{ м/с}, \quad \beta = 71.5 \text{ м}^3\text{с}^{-1}, \quad \alpha = 0.00965 \text{ с}^{-1}; \quad \alpha_1 = -0.000715 \text{ м}^{-1}\text{с}^{-1}.$$



Для решения модельной задачи берутся периодические граничные условия на временном интервале длительностью 12.4 часа, что соответствует полусуточному приливу

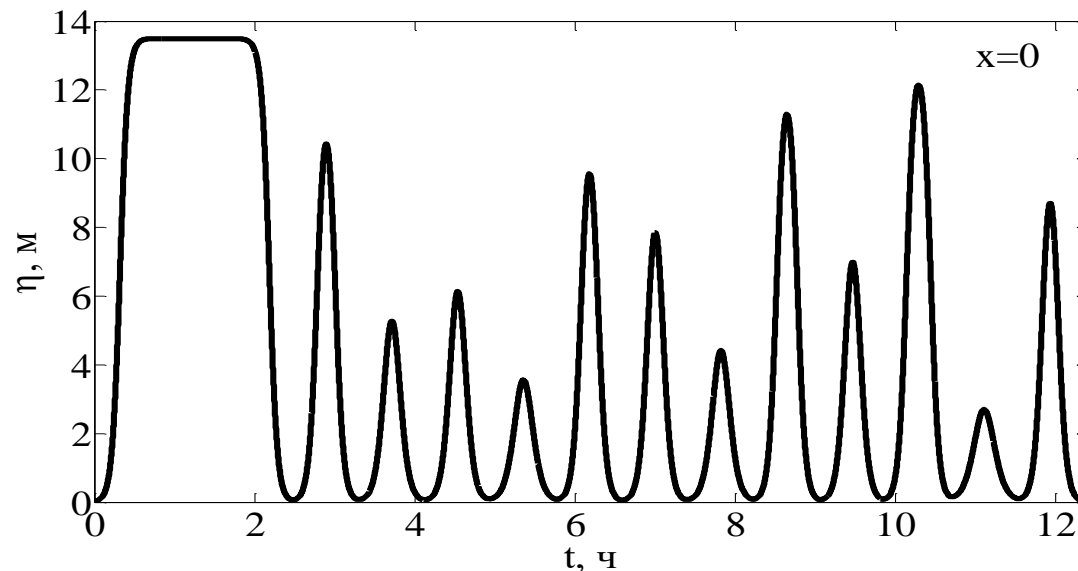
В качестве «начальных» ( $x = 0$ ) условий для уравнения (4) принимаются ансамбли солитонов вида

$$\eta_0(t) = \sum_{i=1}^{13} \frac{a_i \left( 2 - \frac{a_i}{a_{\text{lim}}} \right)}{1 + \left( 1 - \frac{a_i}{a_{\text{lim}}} \right) \cosh(\gamma_i V_i t + \varphi_i)} \quad \gamma_i = \sqrt{\frac{\alpha a_i}{6\beta} \left( 2 - \frac{a_i}{a_{\text{lim}}} \right)} \quad V_i = \frac{\alpha a}{6} \left( 2 - \frac{a_i}{a_{\text{lim}}} \right)$$

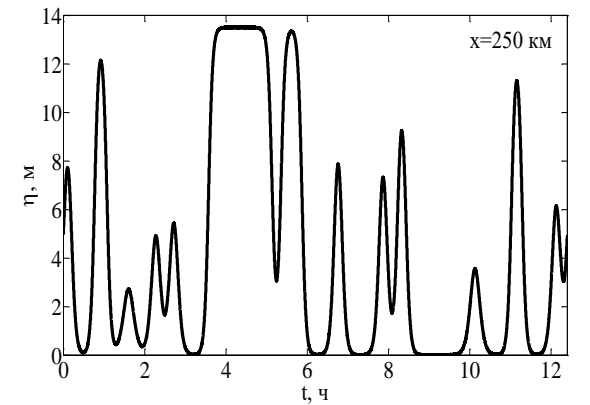
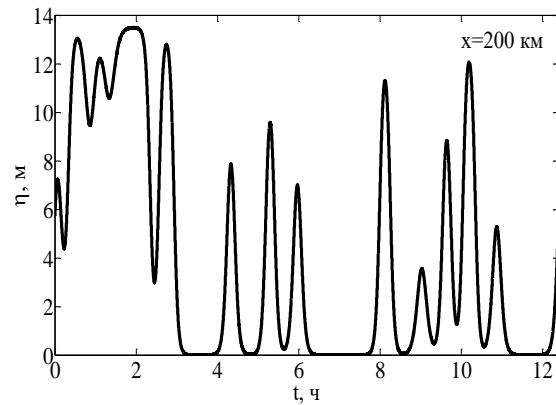
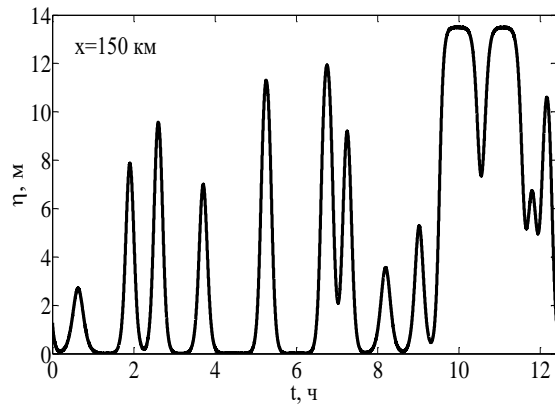
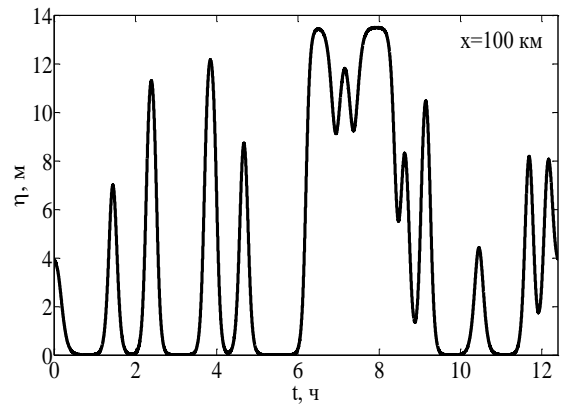
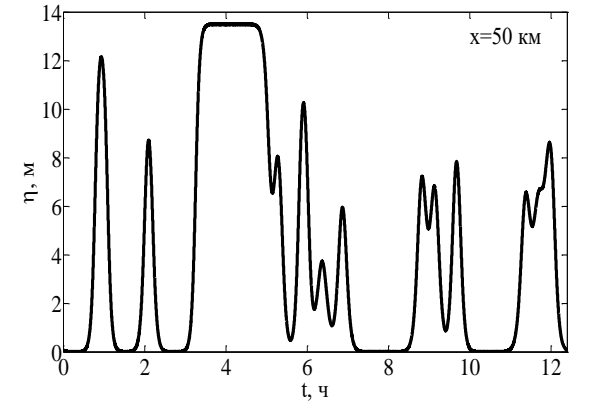
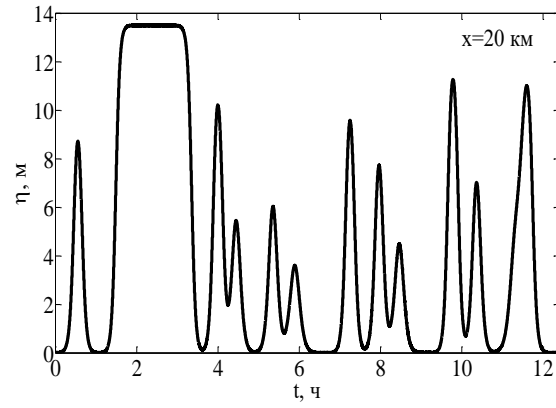
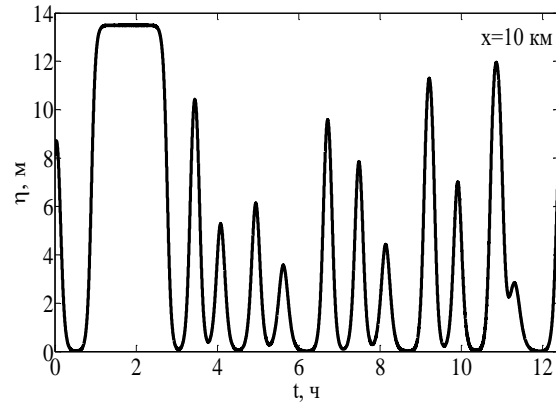
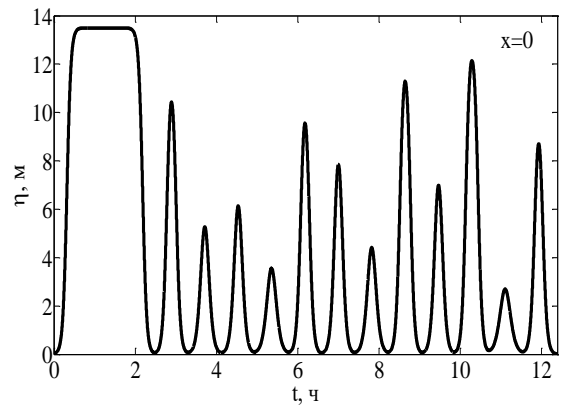
$$a_{\text{lim}} = -\alpha/\alpha_1 = 13.5 \text{ м.}$$

# Параметры модели

Для набора статистически достоверных результатов солитоны в ансамбле задавались с амплитудами, равномерно распределенными от 2.7 м до 13.5 м (амплитуда предельного солитона). Всего для моделирования было подготовлено 50 таких ансамблей, каждый из которых служил начальным условием модели. Динамика каждого ансамбля численно исследовалась на трассе длиной около 250 км.

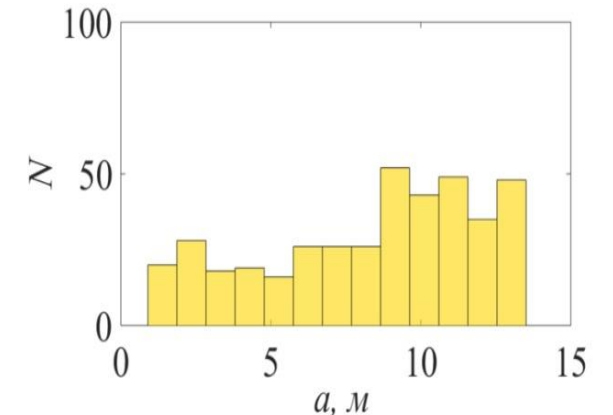
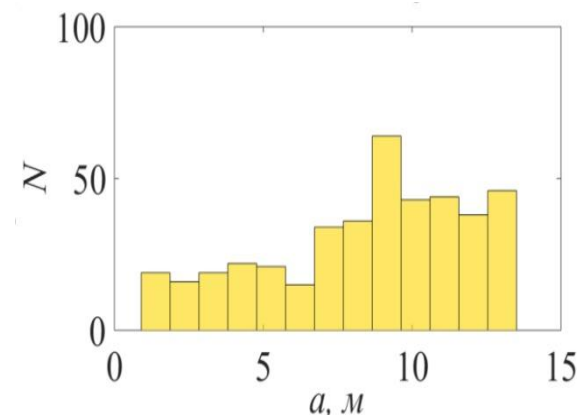
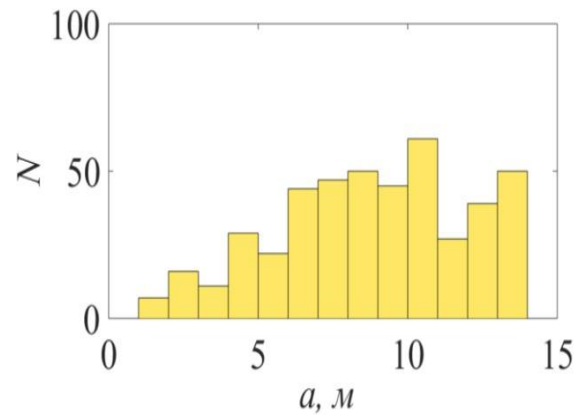
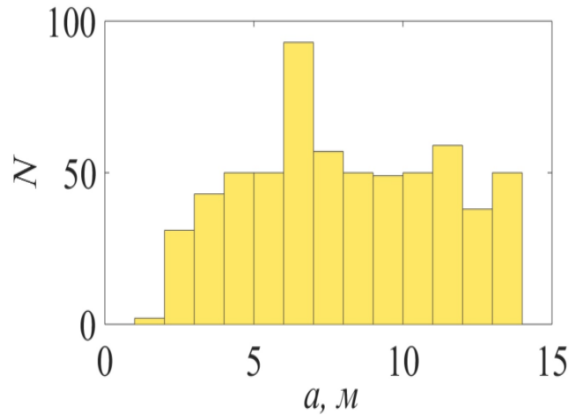


# Эволюция поля солитоноподобных внутренних волн на разных расстояниях



# Статистические характеристики ансамбля

## Гистограммы амплитуд пиков



При  $x = 10$  км, когда солитоны ещё несильно «перемешались», распределение амплитуд достаточно близко к равномерному за исключением самых малых амплитуд, до 3 м, которые первыми взаимодействуют с солитонами больших амплитуд. Поэтому доля импульсов с амплитудами в районе 6 – 7 м значительно возросла, здесь присутствует пик с  $N \sim 90$ . В дальнейшем число волн с малыми амплитудами постепенно уменьшается, а с большими – увеличивается. Однако стоит отметить, что общее число импульсов падает с распространением, поэтому число импульсов в гистограмме, для  $x = 250$  км меньше, чем в гистограмме, для  $x = 10$  км.



# Моменты поля

**Среднее значение поля:**

$$\langle \eta(x) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \eta(\tau) d\tau, \text{ ё}$$

**Дисперсия поля**

$$\sigma^2(x) = \frac{1}{T} \int_0^T [\eta(x, \tau)^2 d\tau - \langle \eta(x, \tau) \rangle^2] d\tau,$$

**Асимметрия**

$$Sk(x) = \frac{1}{T\sigma^3} \int_0^T [\eta(x, \tau) - \langle \eta(x, \tau) \rangle]^3 d\tau,$$

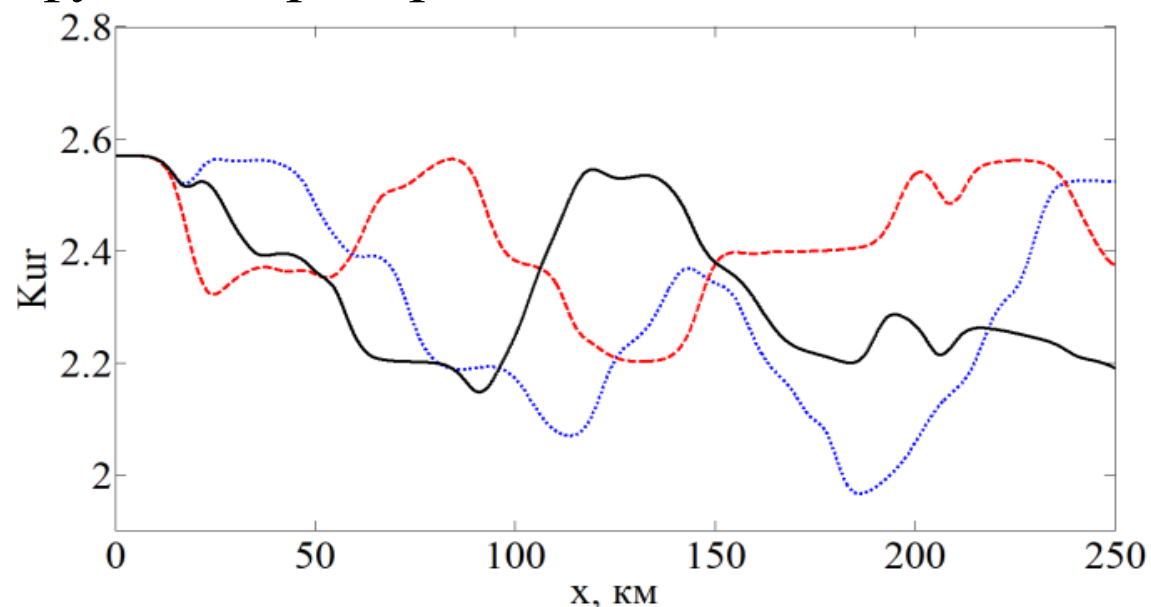
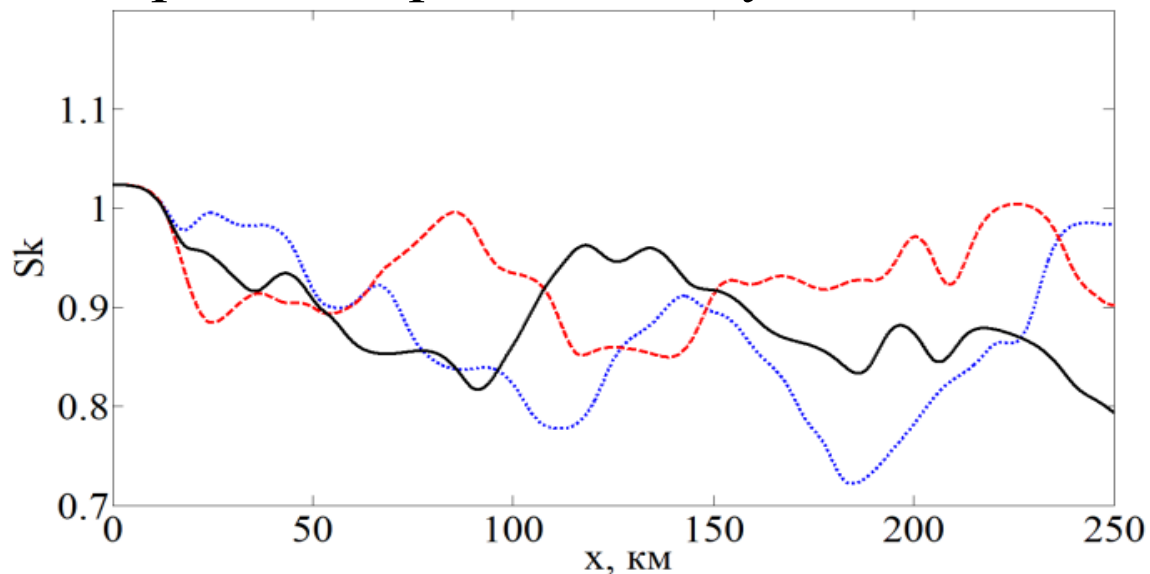
**Эксцесс**

$$Kur(x) = \frac{1}{T\sigma^4} \int_0^T [\eta(x, \tau) - \langle \eta(x, \tau) \rangle]^4 d\tau.$$

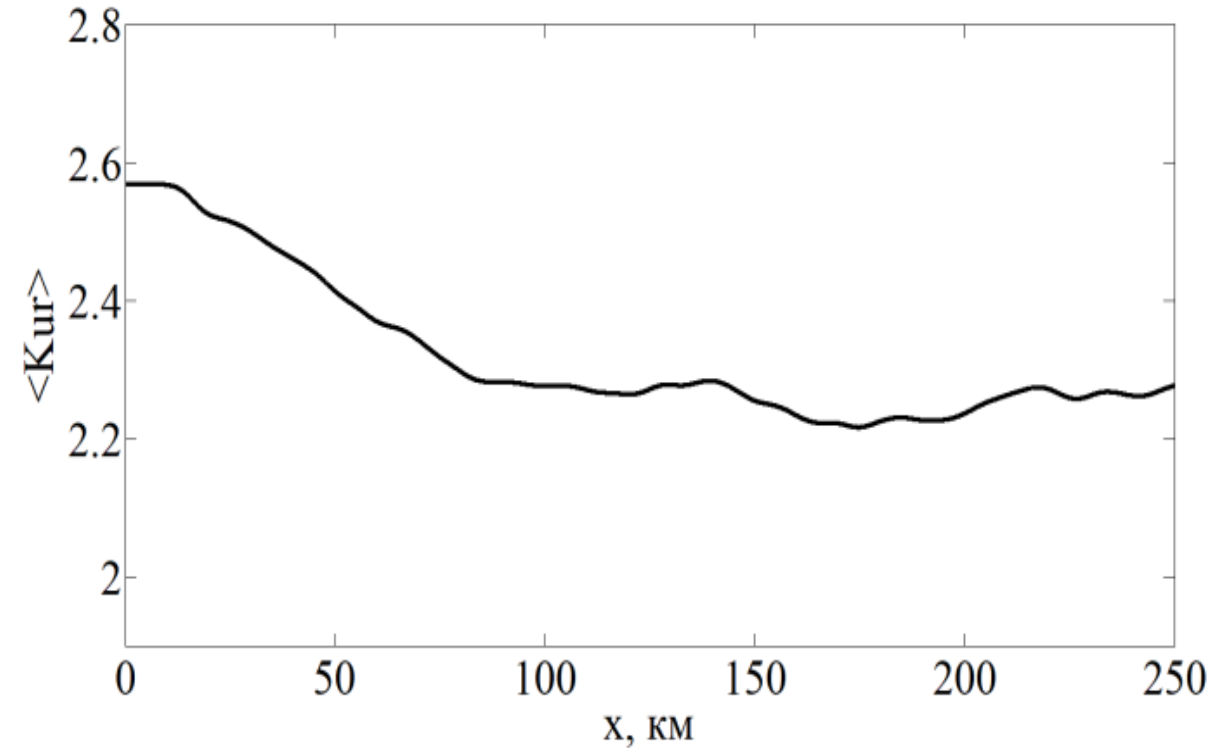
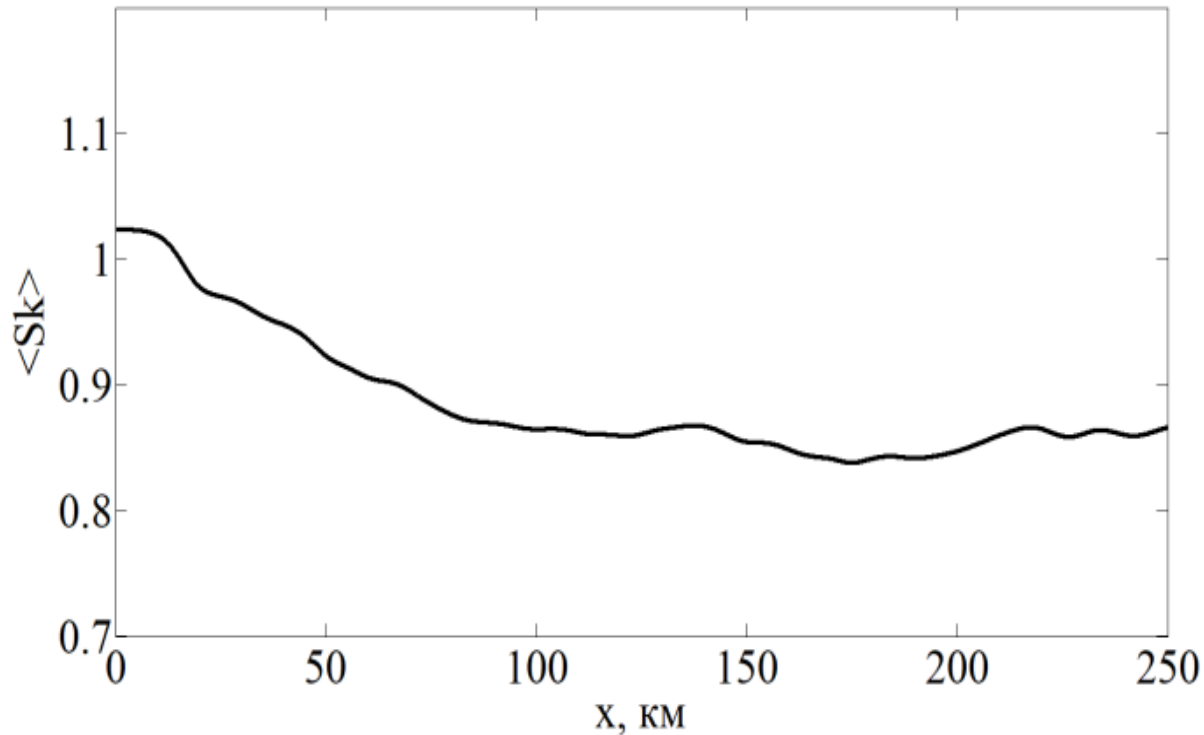
# Асимметрия и эксцесс

В начальной точке они одинаковы во всех реализациях и вычисляются аналитически: асимметрия -  $Sk = 1.024$  и эксцесс -  $Kur = 2.57$ .

Поле солитонов не является гауссовым (для гауссова распределения  $Sk = 0$  и  $Kur = 3$ ), коэффициент асимметрии положительный, так что вклад в асимметрию дают больше горбы, чем впадины. Коэффициент эксцесса меньше трех (гауссово значение), что говорит об определенной узости плотности функции распределения.



# Статистические оценки асимметрии и эксцесса



При усреднении есть общая тенденция к уменьшению усредненных по 50 реализациям высших моментов примерно на 20 % на расстоянии до 130 км. Далее они остаются фактически постоянными примерно на расстоянии в 100 км и могут рассматриваться как средние значения для ансамбля солитонов внутренних волн (солитонного газа).

# Заключение

- В процессе эволюции солитоны в цуге объединяются в импульсы сложной формы, в результате чего количество импульсов может заметно сокращаться при распространении
- Отмечено уменьшение усредненных моментов (асимметрия и эксцесс) до 20% по мере распространения
- Гистограммы амплитуд импульсов демонстрируют близкое к равномерному распределение амплитуд на малых расстояниях и значительное преобладание доли больших волн над маленькими с ростом расстояния, пройденного ансамблем.