

Самогравитирующий закрученный тороидальный вихрь

Виктор Конторович

Нетания, Израиль
vkont1001@gmail.com

- Закрученные вихри, т.е. кольцевые вихри с движением вдоль образующей кольца, играют важную роль в авиации и астрофизике.
- В последнем случае закрутка связана с орбитальным движением, а сами вихри являются самогравитирующими. Это позволяет им существовать и в отсутствие внешней среды.
- [1] Е.Ю.Банникова, К.Блиох, В.Конторович, Эволюция самогравитирующего тороидального вихря. Сб. «Нелинейные волны 2004», под ред. А.В.Гапонова-Грехова, Нижний Новгород, ИПФ РАН, 2005, с. 243.

Vortex ring with swirl

097101-2 Cheng, Lou, and Lim

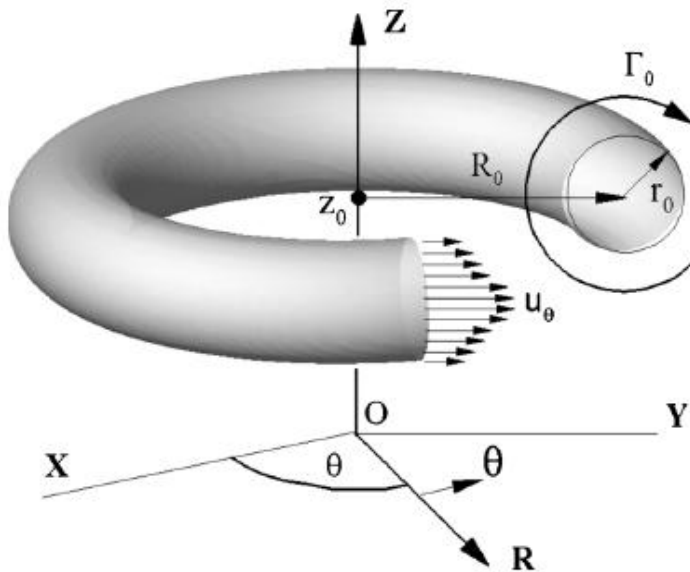


FIG. 1. A schematic of the coordinate system and a typical vortex ring with swirl.

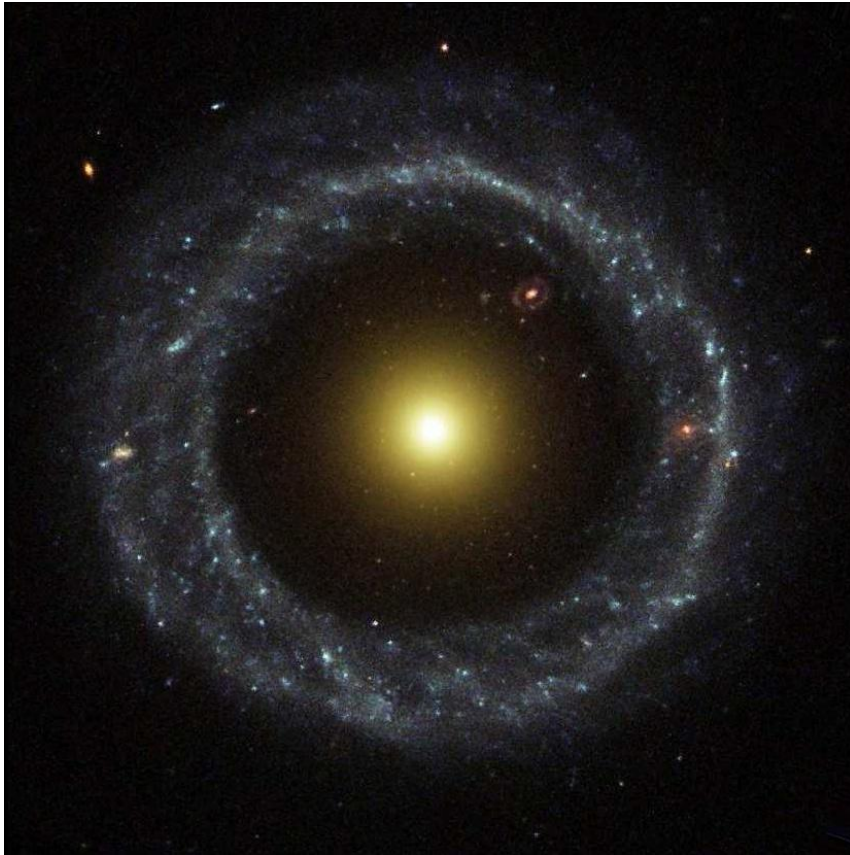
**Астрономические
наблюдения кольцевых
галактик предоставляют
новые возможности изучения
закрученных вихрей.**

Математическая теория вихрей в несжимаемой жидкости была построена Гельмгольцем и развивалась многими исследователями. Кольцевые вихри представляют собой локализованные объекты и в этом смысле близки к солитонам В.Е.Захаров, Е. А. Кузнецов, УФН, **55**, 535, 2012; В.И. Петвиашвили, О.А. Похотелов, Уединенные волны в плазме и атмосфере. Москва: Энергоатомиздат, 1989.

Лабораторное исследование закрученных вихрей связано с большими сложностями из-за возникающих неустойчивостей. Численные эксперименты (см. [2] М. Cheng, J. Lou and T. T. Lim *Physics of fluids* **22**, 097101 (2010) подтверждают теоретические выводы о существенном тормозящем влиянии закрутки на поступательное движение вихрей (эффект Виднелл-Саффмена [3]. S. Widnall, ARFM **7**, 141 (1975). P.G. Saffman, *Vortex Dynamics*, CUP (1978)).

- Особенность астрофизических самогравитирующих вихрей в том, что они удерживаются от разлета не давлением окружающей среды, которая может и отсутствовать, а собственной гравитацией.

Астрономические наблюдения



Цветное изображение объекта Хога из архива космического телескопа Хаббла.

Hoag's Object, taken by the [Hubble Space Telescope](#) in July 2001

Size 121±4 kly in diameter

Distance 612.8±9.4 Mly

Особенно удобной является **кольцевая галактика Хога**, видимая в анфас. На то, что она может быть закрученным вихрем, указывает целый ряд наблюдательных данных

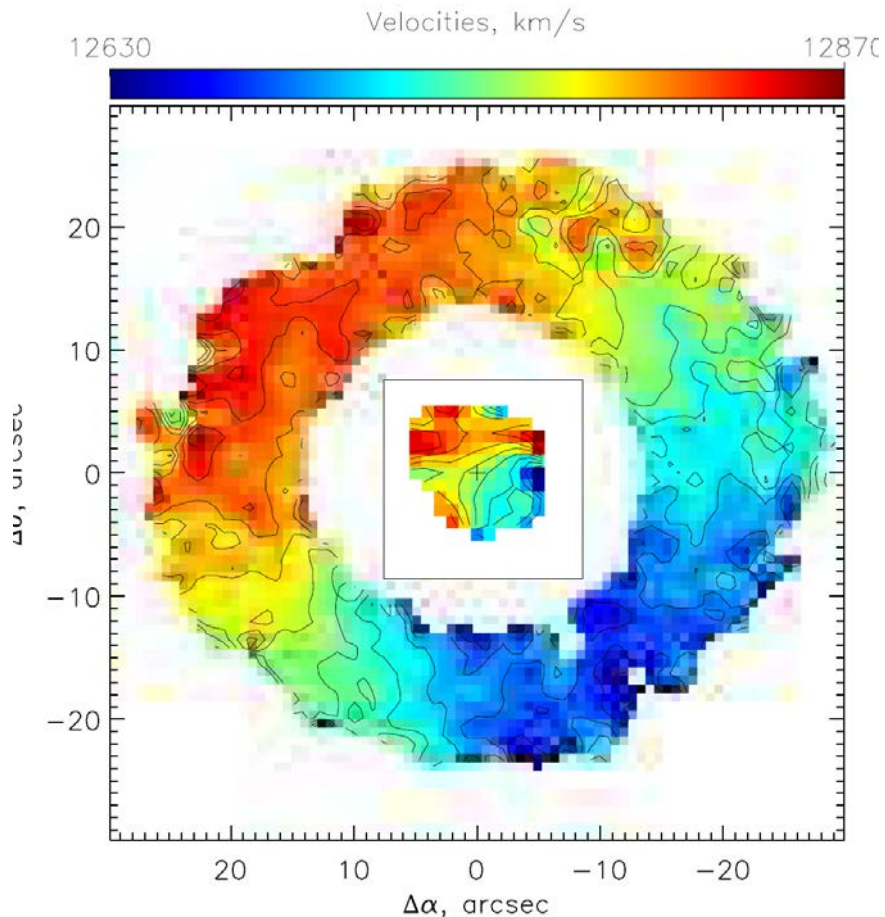
[4] A. Hoag, *AJ.* **55**, 170 (1950), N. Brosch, *A&Ap.* **153**, 199 (1985), F. Schweizer, et al, *ApJ.* **320**, 454 (1987), I. Finkelman, et al, *MNRAS.* **418**, 1834 (2011),

а также возможность ее образования в результате **слияния галактик**. Уникальность объекта Хога, возможно, связана именно с его происхождением: таким столкновением галактик, при котором «налетевшая» на «предкольцо» галактика не покинула область столкновения, а заняла центральное положение в объекте, а предкольцо, потеряв часть массы, в результате столкновения превратилось в вихрь.

Представление о закрученном самогравитирующем вихре позволяет с единой точки зрения, как это показано Банниковой, Пославским и автором [5] V.Kontorovich, E.Yu. Bannikova and S. Poslavskii, *Low Temperature Physics*, 2022 (in press), E.Yu. Bannikova, V. Kontorovich and S. Poslavskii, XIII Міжнародна конференція до 100-річчя Іллі Михайловича Ліфшица, Харків, ХНУ, с. 98 (2017), V. M. Kontorovich, E.Yu. Bannikova and S. A. Poslavskii, XIV Міжнародна наукова конференція "Фізичні явища в твердих тілах", Харків, ХНУ, с. 82 (2019)

объяснить наличие **спиральной структуры** в кольце, его **морфологию**, глобальное **вращение кольца** и **вращение центральной компактной галактики**.

The global rotation of Hoag's Object



Линейная скорость глобального вращения кольца около **300** км/с. Линейная скорость вращения «ядра» вокруг той же оси - около **70** км/с. Диаметры кольца и ядра отличаются в **4** раза.

Таким образом, наблюдаемая картина доплеровских спектральных сдвигов указывает на возможное вращение не только кольца, но и центральной компактной галактики приблизительно с одной и той же угловой скоростью.

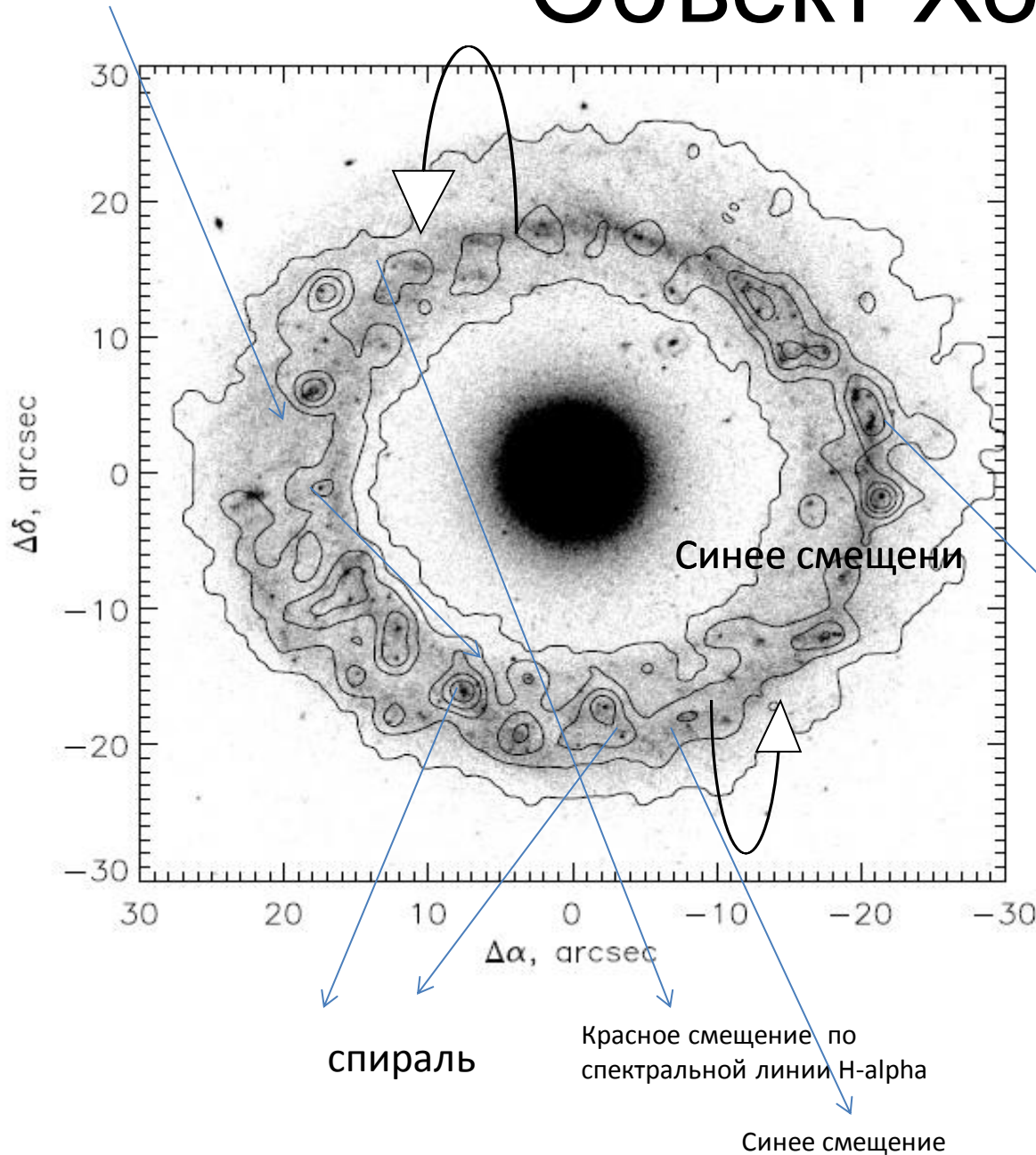
Мы покажем, что такое совпадение может быть естественным результатом реального вращения кольца.

Наблюдаемые спектральные сдвиги в кольце и ядре объекта Хога.

I.Finkelman, A. Moiseev, N. Brosch and I. Katkov. MN, 2011

Утолщение кольца,
изменение скорости $-\Delta V$

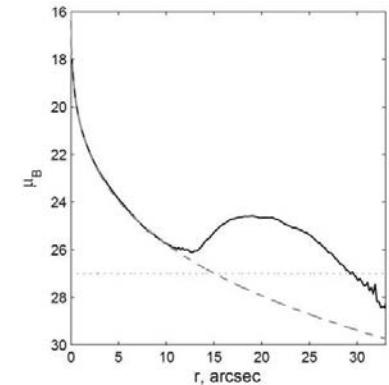
Объект Хога



Изображение из работы [4] Finkelman, Moiseev, Brosch and Katkov (2011). Стрелки и надписи добавлены авторами докладов [5] и данной работы.

(Hubble Heritage image of Hoag's Object, Image credit: NASA, ESA, and the HH Team). H-alpha data drawn over the greyscale HST image).

Утоньшение кольца,
изменение скорости ΔV



I. Finkelman, et al

Бочкообразная мода колебаний вихревого кольца и гироскопический эффект

В. Копьев и С.Чернышев, УФН **170**, 713 (2000)

V.Koryev, S.Chernyshev J.Fluid Mech **341** 19 (1997)

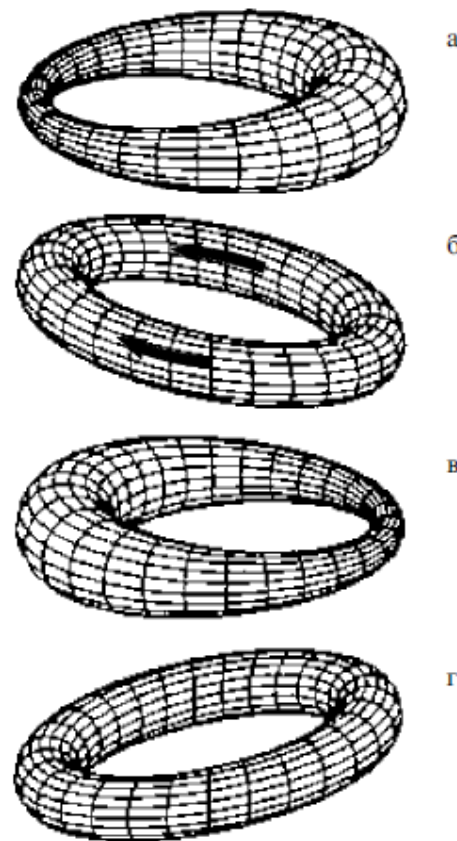
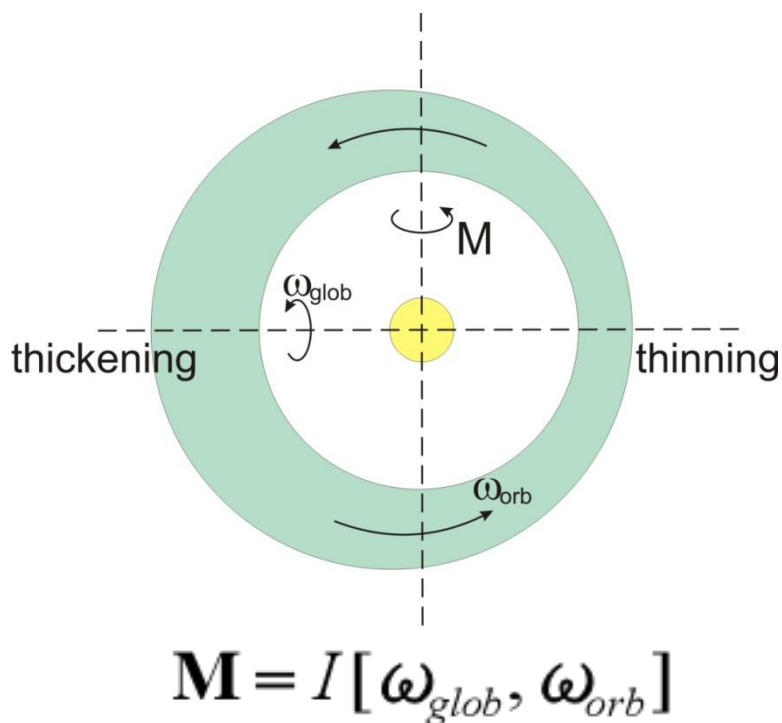


Рис. 10. Бочкообразная стоячая мода, $l = 0, n = \pm 1, j \geq 1$; бочкообразная деформация сопровождается в том же приближении изгибной деформацией, сдвинутой по фазе на $\pi/2$.

Закрученный тороидальный вихрь

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi R} \ln \left(\frac{8R}{e^{1/4} a} - \frac{4\pi^2 a^2 V_\varphi^2}{\Gamma^2} \right)$$

Здесь R – большой радиус вихревого кольца, a – его малый радиус. Наличие орбитального движения приводит к уменьшению давления внутри кольца в силу эффекта Бернулли и, соответственно, к уменьшению скорости V его движения для выполнения условий равновесия между перепадом давлений и подъёмной силой. Скорость поступательного движения в направлении оси вихря уменьшается. Она теперь определяется разностью индуцированного логарифмического слагаемого, обычного для кольцевого вихря (закон Био-Савара), и слагаемого, обусловленного орбитальным движением (эффект Виднелл-Саффмена [3]). При $V=0$ отсюда следует соотношение масс кольца и ядра, а также параметры наблюдаемой спирали:

$$\frac{M_c}{M_{ring}} \approx \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{8R}{e^{1/4} a} \right) \approx \frac{3}{\pi}$$

$$\frac{V_\varphi^2}{V_\theta^2} \approx \pi \frac{M_c}{M_{ring}}$$

Самогравитирующий тороидальный вихрь

Найдем условия равновесия для кольца в объекте Хога, считая массы кольца и ядра равными между собой. Для этого оценим плотность кольца по его массе и объему. Орбитальная скорость, определяется центральной массой и радиусом кольца

$$V_{\varphi}^2 = \frac{GM_c}{R} = 2\pi^2 a^2 G \rho$$

Рассмотрим теперь условие равновесия в самогравитирующем тороидальном вихре. Для малого участка тора можем использовать оценки для цилиндра. Уравнение для гравитационного потенциала цилиндра, его решение и условие равновесия есть

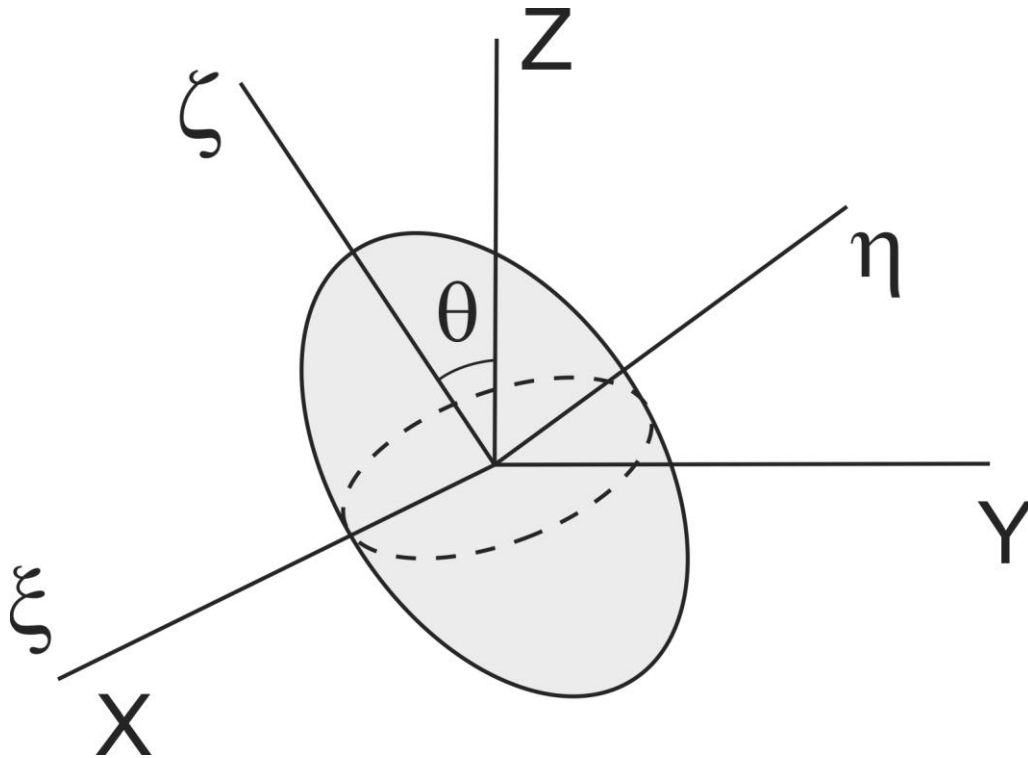
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 4\pi G \rho \quad \Phi = 4\pi G \int^r dr \frac{1}{r} \int^r dr r \rho(r) \rightarrow \pi G r^2 \rho \quad V_g^2 = 2\pi G a^2 \rho$$

Таким образом, для параметров спирали имеем отсюда то же соотношение, что и полученное выше из гидродинамической теории вихря в несжимаемой жидкости:

$$V_{\varphi}^2 = \pi V_g^2$$

Потенциальная энергия и оси координат

Потенциальная энергия центральной эллиптической галактики, которую моделируем эллипсоидом вращения в гравитационном поле кольца, зависит от угла между осями. Здесь



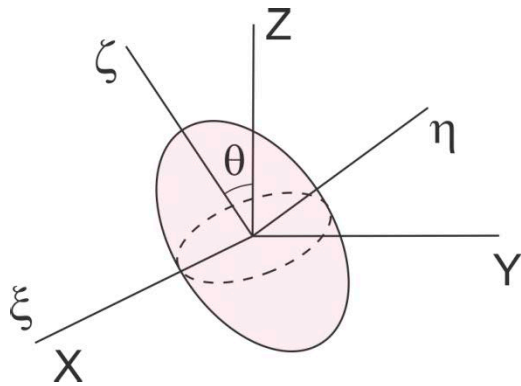
$$X = \xi$$

$$Y = \eta \cos \theta - \zeta \sin \theta$$

$$Z = \eta \sin \theta + \zeta \cos \theta$$

$$U = \int \rho \cdot \Phi(\mathbf{R}) d\mathbf{R}$$

Потенциальная энергия центральной эллиптической галактики в гравитационном поле кольца



$$\Phi(r, \vartheta) = GM_{ring} \frac{k}{\pi \sqrt{rR \sin \vartheta}} K(k)$$

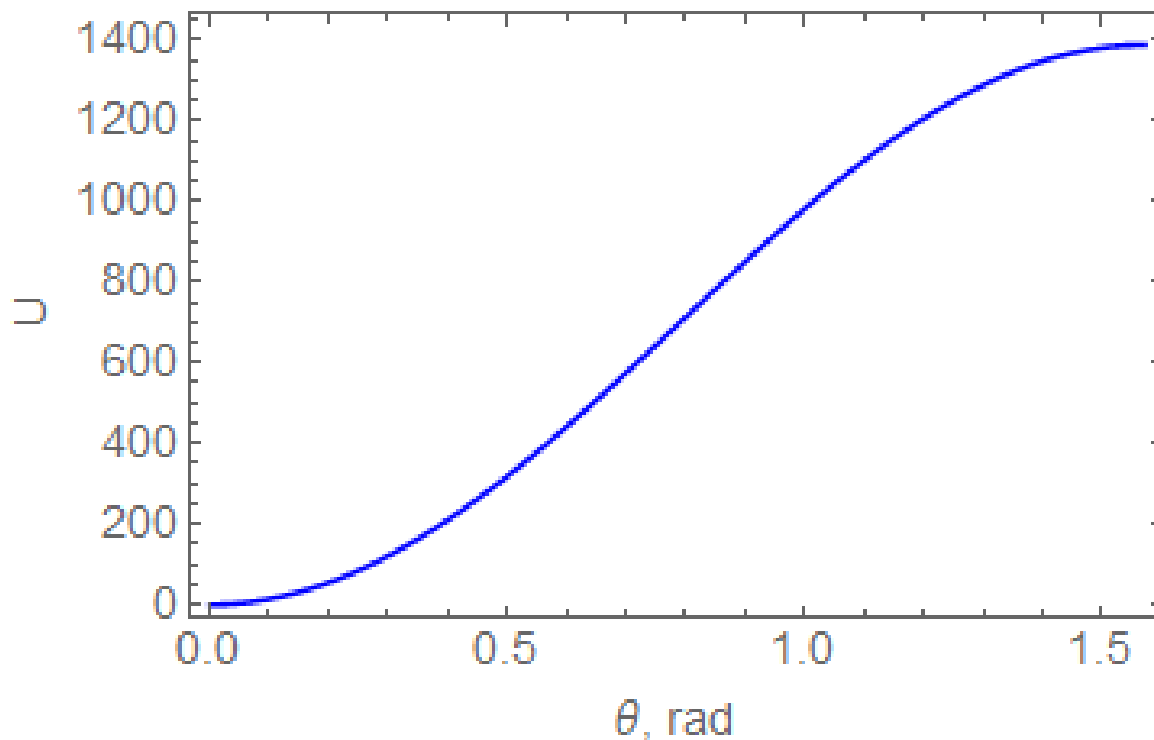
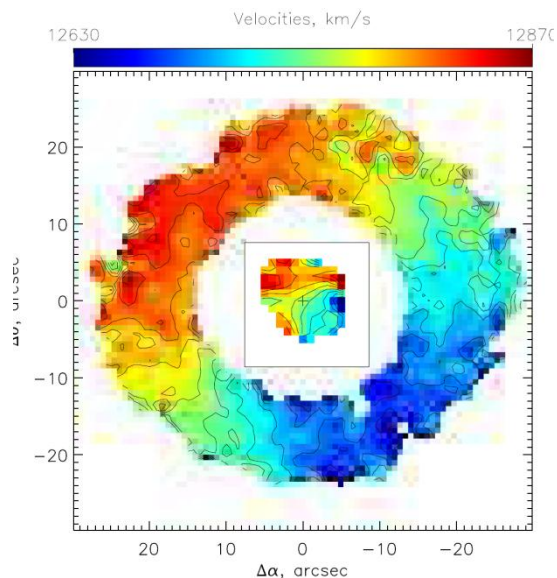
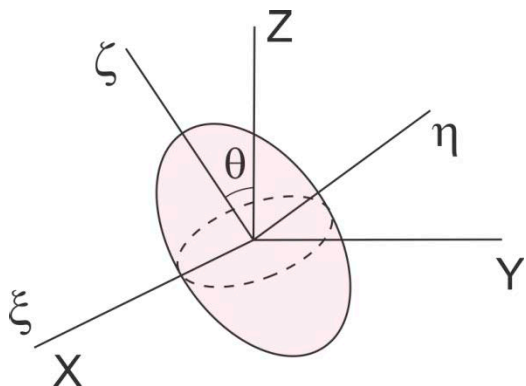
$$k^2 = \frac{4rR \sin \vartheta}{r^2 + R^2 + 2rR \sin \vartheta} \quad K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}$$

$$\Phi(r, \vartheta) \approx \frac{GM_{ring}}{\sqrt{r^2 + R^2}} \left(1 + \frac{3k^4}{64} \right)$$

$$U = \pi \rho \int_{-a}^a d\xi \int_{-b\sqrt{1-\frac{\xi^2}{a^2}}}^{b\sqrt{1-\frac{\xi^2}{a^2}}} d\eta \int_{-\sqrt{b^2(1-\frac{\xi^2}{a^2})-\eta^2}}^{\sqrt{b^2(1-\frac{\xi^2}{a^2})-\eta^2}} d\xi \cdot \Phi(X; Y; Z)$$

Вращение ядра, обусловленное вращением плоскости кольца

Зависимость потенциальной энергии эллипсоида вращения в поле кольца от угла между осями. При повороте плоскости кольца положение минимума энергии смещается и ядро поворачивается..



Потенциальная энергия для эллипсоида вращения с соотношением осей 1:2 как функция угла поворота. Рис. Е.Ю.Банниковой [5].

Проф. Шейла Виднелл



Шейла Виднелл – самый молодой профессор MIT (вверху).
Она же – министр ВВС США (справа).