

# XXXI Научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике

Конференц-зал Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН,  
Нахимовский пр-т. 36, ст. метро «Профсоюзная»  
19-20 декабря 2022 г.

## КРАТКИЕ АННОТАЦИИ ВЫСТУПЛЕНИЙ

Бабенко М.А., Губарев Ю.Г. ....	4
К неустойчивости установившихся сдвиговых плоскопараллельных течений идеальной баротропной жидкости.....	4
Балакин А.А., Скобелев С.А., Литвак А.Г. ....	5
Генерация лазерных импульсов с резким передним фронтом при обратном рамановском рассеянии в плазме .....	5
Бражников М.Ю. ....	6
Флуктуации потока энергии в обратном каскаде квазидвумерной турбулентности ....	6
Веретенев Н.А., Розанов Н.Н., Федоров С.В. ....	7
Топологические векторные двумерные и трехмерные лазерные солитоны.....	7
Вотякова М.М., Миненков Д.С. ....	8
Движение длинных локализованных волн в протяженном бассейне с вертикальными и пологими стенками .....	8
Гелаш А.А., Расковалов А.А. ....	9
Пространственно-фазовые сдвиги бризеров НУШ и системы Манакова .....	9
Гневых В.Г., Бадулин С.И. ....	10
Волны от осциллирующего источника на глубокой воде.....	10
Голдобин Д.С. ....	11
Формализм псевдокумулянтов для описания динамики отклонений от распределения Лоренца в задачах статистической физики .....	11
Гриневиц П.Г., Сантини П.М. ....	12
Аномальные волны в фокусирующем уравнении Дэви-Стюардсона -2: конечнозонный подход .....	12
Губарев Ю.Г., Журенков Я.А. ....	13
К неустойчивости стационарных решений системы уравнений Власова–Максвелла в трехмерной постановке.....	13
Доброхотов С.Ю., Назайкинский В.Е., Цветкова А.В. ....	14
Бильярды с полужесткими стенками и длинные стоячие нелинейные береговые волны .....	14
Дремов С.В., Гелаш А.А., Мулляджанов Р.И., Качулин Д.И. ....	15

Исследование би-солитонных решений в неинтегрируемом уравнении для волн на глубокой воде с помощью метода обратной задачи рассеяния и теории возмущений	15
Дружинин О.А.	17
О распределении концентрации капель брызг в воздушном потоке над взволнованной водной поверхностью	17
Дьяченко А.И.	18
Нелинейное уравнение Шредингера и каноническое преобразование	18
Ермаков С.А., Доброхотов В.А., Сергиевская И.А., Капустин И.А.	19
“След” обрушающейся гравитационной волны на взволнованной водной поверхности: Лабораторный эксперимент	19
Есина А.А., Ефимов В.Б.	20
Исследование влияния квантовой вихревой турбулентности на перекачку энергии в спектре волн второго звука	20
Зубарев Н.М., Чайковский С.А.	22
Точное двумерное решение для токового сжатия тонкой осесимметричной оболочки и формирование перетяжки в X-пинче	22
Иванов С.К., Камчатнов А.М.	23
Движение тёмных солитонов в неоднородном течении бозе-эйнштейновского конденсата	23
Ингель Л.Х.	24
О движении инерционных частиц в нестационарных / неоднородных течениях	24
Клиньшов В.В., Кириллов С.Ю., Некоркин В.И.	25
Развитие моделей нейронных масс: учет конечного размера и реалистичной неоднородности	25
Конторович В.М.	26
Затеняющий тор в АЯГ как вихрь в потоке излучения и его влияние на определяемые массы сверхмассивных черных дыр	26
Короткевич А.О., Назаренко С., Пан Ю., Шата Дж.	27
Спектр гравитационных волн в присутствии конденсата: аналитическое объяснение численных результатов	27
Кочурин Е.А., Кузнецов Е.А.	28
Прямое численное моделирование акустической турбулентности: спектр Захарова-Сагдеева	28
Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А.	29
Влияние границы в формировании складок в невязких жидкостях	29
Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А.	30
Столкновение двух вихрей в невязкой жидкости в канале	30
Лузенина С.А., Левченко А.А.	31
Моделирование слипания пробных частиц в экспериментах по волновой турбулентности	31
Маслов Е., Кутвицкий В.	32
Резонансные явления при движении пробных частиц в сферически-симметричных сгустках осциллирующей тёмной материи	32
Оладышкин И.В.	33
Распад оптического импульса на два плазмона и формирование периодических поверхностных структур	33
Островский Л.А.	34
Движение и распределение частиц и планктона в поле нелинейных внутренних волн	34
Пушкарев А.Н., Геогджаев В.В., Захаров В.Е.	35

Модель ветровой накачки волнения ST6: оценка и альтернативы .....	35
Рассадин А.Э.....	36
Об одной распределённой нелинейной динамической системе в пространстве двусторонних последовательностей.....	36
Ремизов И.А., Султанова М.Р., Левченко А.А., Межов-Деглин Л.П.....	37
Взаимодействие инжектированных зарядов с квантовыми вихрями в сверхтекучем гелии вблизи свободной поверхности.....	37
Рубан В.П.....	38
Системы вихрей в бинарном бозе-конденсате типа 'ядро-оболочка' .....	38
Савин С.П.....	39
Резонансные 3х-волновые каскады в бесстолкновительном взаимодействии потока солнечного ветра с магнитосферой .....	39
Серых И.В., Сонечкин Д.М.....	40
Влияние изменений солнечной активности на Эль-Ниньо - Южное колебание и Антарктическое колебание как элементов Глобальной атмосферной осцилляции ....	40
Слюняев А.В., Степанянц Ю.А.....	42
Сдвиг частоты вниз по спектру при затухании солитонов НУШ в океане, покрытом льдинами .....	42
Слюняев А.В., Тарасова Т.В.....	43
Статистические свойства множественных столкновений солитонов .....	43
Сулейманов Б.И.....	44
О глобальной мероморфности решений широкого класса уравнений типа Пенлеве .	44
Султанова М.Р., Ремизов И.А.....	45
Взаимодействие инжектируемых зарядов с вихревым течением в нормальном и сверхтекучем гелии вблизи $T_\lambda$ .....	45
Хатунцева О.Н.....	46
О возможности аналитического описания универсального пристеночного профиля скорости турбулентного течения вязкой несжимаемой жидкости.....	46
Чаликов Д.В.....	47
Двухмерная версия трёхмерной фазо-разрешающей модели потенциальных волн ...	47
Agafontsev D.S., Gelash A.A., Mullyadzhyanov R.I., Zakharov V.E.....	48
Bound-state soliton gas as a limit of adiabatically growing integrable turbulence.....	48
Dryuma V.S.....	49
Multidimensional Riemannian metrics in the theory of Navier-Stokes equations and their applications.....	49
Kaptsov O.V.....	50
Some solutions of the system of an inviscid incompressible fluid .....	50
Lushnikov P.....	51
Collapse versus blow-up and global existence in the generalized Constantin–Lax–Majda equation with dissipation.....	51
Vasko I.....	52
Nonlinear generation of sound waves by electromagnetic waves in space plasma .....	52

## **Бабенко М.А., Губарев Ю.Г.**

### ***К неустойчивости установившихся сдвиговых плоскопараллельных течений идеальной баротропной жидкости***

*М.А. Бабенко (НГУ), Ю.Г. Губарев (ИГиЛ СО РАН, НГУ)*

Изучается задача линейной устойчивости стационарных сдвиговых плоскопараллельных течений невязкой баротропной жидкости по отношению к плоским возмущениям в плоском же бесконечном канале с параллельными твердыми неподвижными непроницаемыми стенками. Прямым методом Ляпунова доказана абсолютная неустойчивость исследуемых установившихся течений относительно малых плоских возмущений. Получены достаточные условия линейной практической неустойчивости. Они справедливы как для дозвуковых, так и для сверхзвуковых стационарных сдвиговых плоскопараллельных течений идеальной баротропной жидкости. Описаны начальные данные и построена априорная экспоненциальная оценка снизу для растущих по времени малых плоских возмущений. Показано, что известное достаточное условие Гринфельда линейной устойчивости носит формальный характер. Важно, что обнаруженным условиям линейной практической неустойчивости свойственна конструктивность, благодаря чему их можно использовать в качестве механизма тестирования и/или контроля при осуществлении физических экспериментов и проведении численных расчетов. В случае, когда достаточные условия линейной практической неустойчивости не выполняются, изучаемые установившиеся течения могут быть реализуемы, устойчивы и наблюдаемы на конечных промежутках времени, что требуется для надежной эксплуатации тех либо иных технологических процессов.

**Балакин А.А., Скобелев С.А., Литвак А.Г.**

***Генерация лазерных импульсов с резким передним фронтом при обратном рамановском рассеянии в плазме***

Предложен метод генерации субрелятивистских лазерных импульсов с резким передним фронтом, который основан на обратном рамановском рассеянии интенсивного короткого импульса накачки на встречном длинном низкочастотном импульсе, распространяющемся в тонком слое плазмы. Тонкий слой плазмы служит как для ослабления паразитных эффектов, так и для эффективного нелинейного отражения центральной части импульса накачки при превышении амплитудой поля порогового значения. Предимпульс с более низкой амплитудой поля проходит сквозь плазму почти без рассеяния. Данный метод работает для субрелятивистских лазерных импульсов с длительностью вплоть до 100 фс. Контраст переднего фронта лазерного импульса определяется амплитудой затравочного импульса.

**Бражников М.Ю.**

***Флуктуации потока энергии в обратном каскаде квазидвумерной турбулентности***

*Институт физики твёрдого тела РАН, 142432, Черноголовка, Россия*

Экспериментально исследуется статистически стационарное квазидвумерное турбулентное течение, возникающее в тонких слоях жидкого электролита под воздействием силы Лоренца. Двумерное поле скорости на поверхности жидкости измеряется методом PIV (particle image velocimetry). Число Рейнольдса течения  $Re$  определялось по среднеквадратичной скорости и масштабу накачки. Эксперименты были проведены в диапазоне от  $Re=20$  до  $Re=250$ . Поток энергии на заданном масштабе рассчитывается через декомпозицию поля скорости на мелкомасштабную и крупномасштабные компоненты через фильтрацию пространственных Фурье-гармоник скорости [1]. Среднестатистическое значение потока энергии в обратном каскаде турбулентного течения демонстрирует скейлинг по числу Рейнольдса с показателем степени  $2.75 \pm 0.05$ . Дисперсия флуктуаций потока энергии с увеличением числа Рейнольдса растёт быстрее среднего значения потока — с показателем степени  $3.4 \pm 0.1$ .

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, грант № 075-15-2022-1099.

1. Eyink, G.L. Local energy flux and the refined similarity hypothesis. J Stat Phys 78, 335–351 (1995). <https://doi.org/10.1007/BF02183352>

**Веретенев Н.А., Розанов Н.Н., Федоров С.В.**

***Топологические векторные двумерные и трехмерные лазерные солитоны***

*Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН  
Санкт-Петербург, Россия*

Лазерные солитоны, принадлежащие к классу диссипативных солитонов, характеризуются вызванной балансом притока и оттока энергии повышенной устойчивостью. Это позволяет обеспечить их формирование в многомерных схемах, содержащих усиливающую (лазерную) среду и насыщающееся поглощение. Дополнительной информационной ценностью обладают векторные (поляризационные) солитоны и солитоны, содержащие топологические сингулярности волнового фронта и поляризационной структуры излучения.

Мы представляем результаты теоретического и численного исследования векторных лазерных солитонов огибающей как в эффективно двумерных широкоапертурных полупроводниковых лазерах, так и в трехмерных схемах, включающих протяженные среды с усилением и насыщающимся поглощением. Моделью служат два связанных комплексных обобщенных уравнения Гинзбурга-Ландау для компонент огибающей поля с правой и левой круговыми поляризациями. В двумерной схеме поляризационными сингулярностями служат V-точки с нулевой общей интенсивностью, S-точки с чисто круговой поляризацией и L-линии с линейной поляризацией. Примечательным свойством представляемых поляризационных солитонов, содержащих все эти виды сингулярностей, служит взаимная поддержка поляризационных компонент. Ввиду этого устойчивыми оказываются поляризационные солитоны с рекордно высокими, практически недостижимыми для скалярных солитонов значениями топологических зарядов. Обнаружены также режимы с периодическим по времени изменением топологических зарядов и индекса Пуанкаре.

Для трехмерных схем подтверждено свойство взаимоподдержки поляризационных компонент солитонов. Это свойство позволило найти широкий класс трехмерных поляризационных лазерных солитонов, включая солитоны с тороидальным распределением суммарной интенсивности, в однородной среде с нелинейными усилением и поглощением.

Исследование поддержано грантом РФФ 18-12-00075.

**Вотякова М.М., Миненков Д.С.**

***Движение длинных локализованных волн в протяженном бассейне с вертикальными и пологими стенками***

*ИПМех РАН, Москва*

Рассматривается задача Коши для одномерной системы нелинейных уравнений мелкой воды с переменным дном  $D(x)$  в протяженном бассейне, ограниченном вертикальными (условие Неймана) или пологими (условие на подвижную границу) стенками. Цель работы – построить формальное асимптотическое решение задачи. Согласно работе (Доброхотов, Миненков, Назайкинский, 2022) такие асимптотики получаются из решений волнового уравнения с такой же функцией дна (волновая скорость  $c^2(x) = gD(x)$ ) в результате простой в реализации замены, переводящей исходную нелинейную задачу с пологими берегами в задачу с фиксированной границей. Используя этот результат, мы строим частные асимптотики в виде бегущей волны: для случая плоского наклонного дна и стенки удобно использовать решения в виде бегущей волны из (Доброхотов, Тироцци, 2010) и метод отражений, для вогнутого параболического дна – гармонические собственные функции, записанные через полиномы Лежандра. В обоих случаях получаются долгоживущие почти периодические по времени асимптотики линеаризованной задачи (волнового уравнения) в виде бегущей волны и им соответствуют асимптотики исходной нелинейной системы. На построенных решениях можно удобно проиллюстрировать связь изменения профиля волны (знаменитая метаморфоза "шапочка в  $N$ -волну") с приращением индекса Маслова при отражении от границ. Именно, чтобы решение вернулось к исходной форме профиля, нужно четыре отражения от берега (отражения от вертикальной стенки при этом не "приближают" этот желаемый момент, т.к. не меняют индекс Маслова). В случае дна общего вида нелинейные асимптотики можно построить "на физическом уровне строгости" – применив замену к асимптотическому решению линейной задачи в виде канонического оператора Маслова. В этом случае возникает дополнительная сложность, связанная с необходимостью согласования двух малых параметров: длины волны (по которой строится линейная асимптотика) и амплитуды (по которой строятся возмущения для нелинейной задачи). Допустимые соотношения между этими параметрами изучены на конкретных примерах.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант номер 21-1100341.



## **Гелаш А.А., Расковалов А.А.**

### ***Пространственно-фазовые сдвиги бризеров НУШ и системы Манакова***

А.А. Гелаш<sup>1,2</sup>, А.А. Расковалов<sup>2,3,4</sup>

*1. Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, Новосибирск*

*2. Сколковский институт науки и технологий, Москва*

*3. Институт физики металлов им. М. Н. Михеева УрО РАН, Екатеринбург, Россия*

*4. Физико-технологический институт Уральского федерального университета им. Первого президента России Б. Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия*

В докладе рассматриваются солитоны, распространяющиеся на ненулевом фоне (так называемые бризеры) в рамках моделей фокусирующих НУШ и системы Манакова. Как известно, в результате столкновений, солитоны приобретают пространственно-фазовые сдвиги. Для солитонов на нулевом фоне аналитические выражения давно известны, а для бризеров были получены недавно в работе [1]. На основе данных выражений была разработана теория управления бризерными взаимодействиями, которая была подтверждена в экспериментах по распространению световых волн в оптоволокне [2]. Мы обобщили асимптотические выражения для сдвигов на случай модели Манакова (векторное двухкомпонентное НУШ), в рамках которой существуют три различных типа векторных бризеров. Результаты представлены в работе [3]. Составлены таблицы сдвигов для всех возможных вариантов столкновений векторных бризеров разных типов. Результаты проверены с помощью численного моделирования и могут быть использованы для сравнения с экспериментами в оптике по распространению поляризованного света.

[1] A.A. Gelash, Formation of rogue waves from a locally perturbed condensate, Phys. Rev. E, 2018, 97, 022208.

[2] A. Gelash, G. Xu, & B. Kibler, Management of breather interactions. Physical Review Research, 4(3), 033197, 2022.

[3] A. Gelash and A. Raskovalov, Vector breathers in the Manakov system. 2022, arXiv:2211.07014.

## **Гневнышев В.Г., Бадулин С.И.**

### ***Волны от осциллирующего источника на глубокой воде***

Задача о линейных волнах на глубокой воде от осциллирующего источника эллиптической формы рассмотрена в двух постановках. В первом случае это классическая задача Коши-Пуассона об эволюции начального возмущения, имеющего конечные размеры. Вторая постановка следует идеям Лорда Кельвина описания корабельных волн. Развиваемый авторами метод эталонных решений [1,2] позволяет описать эволюцию волн на малых расстояниях (временах), недоступных для обычно используемых асимптотических моделей (например, метода стационарной фазы). Показано, что вытянутый источник генерирует анизотропное волновое поле. Усиление происходит вблизи направлений, связанных с углом Кельвина

$\theta_K = \arccos\left(\sqrt{2/3}\right)$  относительно малой оси эллиптического источника. Для

круглого источника анизотропия излучения пропадает. Сравнение с точным решением линейной задачи показало хорошее согласие. Качественно похожие результаты были получены в [3], через анализ функции Грина эллиптических источников на мелкой воде.

#### Литература

1. В.Г. Гневнышев, С.И. Бадулин, Об асимптотическом поведении пакетов линейных волн в многомерном случае. Эталонные решения. Вестник Моск.Унив.. Сер.3. Физика. Астрономия. 2017. № 4 73-80.
2. Gnevyshev, V.G., Badulin, S.I., On reference solutions for ship waves. AIP Advances, 2020, 10, 025014.
3. K. Kajiura, Tsunami source, energy and directivity of wave radiation. Bulletin of Earthquake Research Institute, 1970, 48, 835-869.

**Голдобин Д.С.**

***Формализм псевдокумулянтов для описания динамики отклонений от распределения Лоренца в задачах статистической физики***

Распределение Лоренца является вторым (после распределения Гаусса) альфа-устойчивым распределением, имеющим простой аналитический вид. Распределение Лоренца появляется в результате самоорганизации во многих задачах статистической физики. Это вполне естественно, поскольку, например, для случайных переменных на окружности (углов или фаз колебаний) свернутое распределение Лоренца играет роль, подобную роли распределения Гаусса в Центральной предельной теореме для переменных на бесконечной прямой. Кроме того, при построении моделей самосогласованного среднего поля для ансамблей с гетерогенностью параметров, в литературе эти параметры часто полагаются распределенными по Лоренцу. Это позволяет использовать Теорему о вычетах и получать алгебраические уравнения для среднего поля, вместо интегральных. Также для ряда задач статистической физики точные аналитические решения получены только в частном случае распределения Лоренца (например, модель Ллойда для локализации Андерсона в трехмерии). Для многих из перечисленных ситуаций проблема построения теории возмущений, описывающей отклонение от лоренцева распределения, не решена.

В работе [D.S. Goldobin, M. di Volo, A. Torcini, Phys. Rev. Lett. 127, 038301 (2021)] предлагается формализм псевдокумулянтов, позволяющий конструировать макроскопическое описание для ситуаций, нарушающих лоренцевость распределения. В частности, в рамках формализма оказывается возможным учесть влияние внутреннего гауссова шума на коллективную динамику ансамблей квадратичных нейронов–пороговых интеграторов (QIF). Применение подхода также иллюстрируется на примере локализации Андерсона в одномерии, когда дельтакоррелированный потенциал является альфа-устойчивой случайной величиной.

Работы выполнены в рамках бюджетной темы № 121112200078-7.

**Гриневич П.Г., Сантини П.М.**

***Аномальные волны в фокусирующем уравнении Дэви-Стюардсона -2: конечнозонный подход***

Данная работа продолжает серию работ авторов по аналитической теории аномальных волн (волн-убийц) в пространственно-периодическом случае. При этом используется то обстоятельство, что достаточно рассматривать специальную задачу Коши о малом возмущении неустойчивого фона, и в этом случае спектральные кривые оказываются близкими к рациональным. Для таких кривых все вычисления в главном порядке удаётся проделать до конца, при этом полученные приближенные решения в элементарных функциях хорошо согласуются не только качественно, но и количественно с численным счетом. В работе впервые продемонстрирована применимость обсуждаемого подхода для систем с двумя пространственными переменными на примере фокусирующего уравнения Дэви-Стюардсона.

**Губарев Ю.Г., Журенков Я.А.**

***К неустойчивости стационарных решений системы уравнений Власова–Максвелла в трехмерной постановке***

Ю.Г. Губарев (ИГиЛ СО РАН, НГУ), Я.А. Журенков (НГУ).

Изучается задача линейной устойчивости стационарных трехмерных решений системы уравнений Власова–Максвелла относительно трехмерных же возмущений. Данные стационарные решения описывают трехмерные состояния динамического равновесия безграничной бесстолкновительной электронейтральной полностью ионизованной плазмы Власова–Максвелла, вмещающей в себя счетный набор сортов заряженных частиц со стационарными функциями распределения, которые переменны и по физическому континууму, и по пространству скоростей, причем эти частицы движутся в стационарных электрическом и магнитном полях, неоднородных по физическому континууму. Прямым методом Ляпунова доказана абсолютная неустойчивость стационарных трехмерных решений системы уравнений Власова–Максвелла по отношению к трехмерным же малым возмущениям. Получены конструктивные достаточные условия линейной практической неустойчивости. Построена априорная экспоненциальная оценка снизу и охарактеризованы начальные данные для нарастающих во времени трехмерных малых возмущений. Установленные результаты всецело согласуются с теоремой Ирншоу о неустойчивости равновесных конфигураций точечных электрических зарядов, распространяют ее действие на безграничную бесстолкновительную электронейтральную полностью ионизованную плазму Власова–Максвелла, а также расширяют область применимости этой теоремы с классической механики на статистическую.

## **Доброхотов С.Ю., Назайкинский В.Е., Цветкова А.В.**

### ***Бильярды с полужесткими стенками и длинные стоячие нелинейные береговые волны***

*Институт проблем механики им А.Ю. Ишлинского РАН*

Доклад посвящен асимптотическим периодическим по времени решения системы нелинейных уравнений мелкой воды в бассейне с пологими берегами. Глубина бассейна описывается функцией  $D(x)$ ,  $x = (x_1, x_2)$ , береговая линия определяется уравнением  $D(x) = 0$ , при этом предполагается, что на береговой линии  $\text{grad } D(x)$  не обращается в ноль. Асимптотические решения определяются в два этапа. Сначала в предположении интегрируемости гамильтоновой системы гамильтонианом  $gD(x)p^2$  в 4-х мерном фазовом пространстве с координатами  $(p_1, p_2, x_1, x_2)$  ( $g$  – ускорение свободного падения) строятся асимптотические собственные функции оператора  $\text{grad}(gD(x))\text{grad}$  [1]. Такие функции порождаются "нестандартными" лиувиллевыми торами, аналогичные торами, возникающим в теории бильярдов, но отличающихся от них тем, что метрика, их определяющая, вырождается на границе (на "полужесткой" стенке или на "нестандартной каустике"). Они порождают гармонические по времени решения волнового уравнения и линеаризованной системы уравнений мелкой воды и являются обобщениями волн Стокса и Урселла. Далее, в окрестности береговой линии по этим решениям с помощью предложенного в [2] преобразования ("модифицированного" преобразования Карриера-Гринспана) строятся асимптотические решения нелинейной системы уравнений мелкой воды, описывающие волны, локализованные в окрестности берега.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект 21-11-00341.

[1] А. Ю. Аникин, С. Ю. Доброхотов, В. Е. Назайкинский, А. В. Цветкова, "Нестандартные лиувиллевы торы и каустики в асимптотиках в виде функций Эйри и Бесселя для двумерных стоячих береговых волн", Алгебра и анализ, 33:2 (2021), 5–34.

[2] S. Yu. Dobrokhotov, D. S. Minenkov, and V. E. Nazaikinskii, Asymptotic Solutions of the Cauchy Problem for the Nonlinear Shallow Water Equations in a Basin with a Gently Sloping Beach, Russian Journal of Mathematical Physics, Vol. 29, No. 1, 2022, pp. 28–36, 2022.

**Дремов С.В., Гелаш А.А., Мулляджанов Р.И.,  
Качулин Д.И.**

***Исследование би-солитонных решений в неинтегрируемом уравнении для волн на глубокой воде с помощью метода обратной задачи рассеяния и теории возмущений***

С.В. Дремов<sup>1,3</sup>, А.А. Гелаш<sup>1,2</sup>, Р.И. Мулляджанов<sup>3,4</sup>, Д.И. Качулин<sup>1,3</sup>

*1 Сколковский институт науки и технологий, г. Москва*

*2 Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, г. Новосибирск*

*3 Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск*

*4 Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, г. Новосибирск*

В данной работе применяется метод обратной задачи рассеяния для анализа обнаруженных ранее связанных когерентных структур — би-солитонов — в уравнении Дьяченко-Захарова (ДЗ) [1, 2]. Вывод этого уравнения основан на разложении исходного гамильтониана для одномерных поверхностных волн на глубокой воде до четвертого порядка по степеням естественных гамильтоновых переменных – профиля свободной поверхности и потенциала скорости на ней. В отличие от более известных моделей – нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) и уравнения Дыстэ – уравнение ДЗ не использует предположение об узости спектральной ширины волновых пакетов. Его также можно представить в виде уравнения на огибающую волн [3]. При рассмотрении волновых пакетов, имеющих узкий спектр, уравнение ДЗ на огибающую представляется в виде НУШ с дополнительными малыми поправками в правой части.

Мы применяем подход теории возмущений [4, 5] для анализа данных, полученных применением метода обратной задачи рассеяния к найденным в работе [2] периодически осциллирующим во времени когерентным структурам, напоминающим известные точные би-солитонные решения НУШ. Правая часть уравнения ДЗ при этом вычислялась численно, что позволяло убедиться в справедливости использования теории возмущений. Далее, в процессе эволюции би-солитона во времени, вычислялись траектории собственных значений каждого из составляющих солитонов. Нами обнаружено, что результаты хорошо согласуются с предсказаниями теории возмущений. Таким образом, обратная задача рассеяния и теория возмущений подтверждают существование би-солитонных решений в уравнении ДЗ.

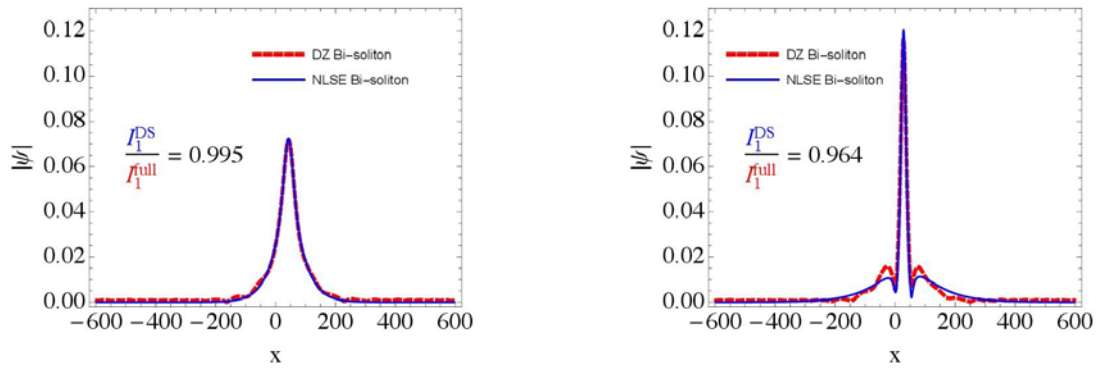


Рисунок 1. Профили би-солитонов НУШ (синий) и уравнения ДЗ (красный) в фазе минимума (слева) и максимума (справа) амплитуды.



Рисунок 2. Положение собственных значений составляющих солитонов в фазе минимума (слева) и максимума (справа) амплитуды би-солитона, серым цветом показаны траектории.

1. *Kachulin D., Dyachenko A., Dremov S.* Multiple soliton interactions on the surface of deep water // *Fluids*. – 2020. – Т. 5. – №. 2. – С. 65.
2. *Kachulin D., Dremov S., Dyachenko A.* Bound coherent structures propagating on the free surface of deep water // *Fluids*. – 2021. – Т. 6. – №. 3. – С. 115.
3. *Dyachenko A.I., Kachulin D.I., Zakharov V.E.*, Envelope equation for water waves // *J. Ocean Engineering & Marine Energy* – 2017– V. 3 –No.4–pp.–409-415.
4. *Karpman V. I., Maslov E. M.* Perturbation theory for solitons // *JETP*. – 1977. – Т. 73. – С. 537-559.
5. *Kivshar Y. S., Malomed B. A.* Dynamics of solitons in nearly integrable systems // *Reviews of Modern Physics*. – 1989. – Т. 61. – №. 4. – С. 763.



**Дружинин О.А.**

***О распределении концентрации капель брызг в воздушном потоке над взволнованной водной поверхностью***

*Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950  
E-mail: druzhinin@ipfran.ru*

Прямым численным моделированием исследовано распределение концентрации капель в турбулентном воздушном потоке над взволнованной водной поверхностью. Уравнения движения несущей фазы рассматриваются в Эйлеровой формулировке, одновременно решаются уравнения динамики капель в Лагранжевой формулировке, при этом влиянием капель на воздушный поток пренебрегается, и поверхностная волна считается заданной. По результатам расчетов определяется статистически стационарное, осредненное по фазе и длине волны распределение концентрации и ее вертикального потока для различных размеров и механизмов инъекции капель в воздушный поток и значений крутизны поверхностных волн. Показано, что профиль концентрации относительно мелких капель (с диаметром до 100 микрон) над пологими волнами (с крутизной  $ka = 0.1$ ) удовлетворительно описывается аналитическим решением Прандтля для частиц примеси, пассивно оседающих в воздушном погранслое над плоской поверхностью. С другой стороны, в случае достаточно крутых волн ( $ka = 0.2$ ), и крупных капель (диаметром 200 микрон, превалирующими в натуральных условиях) профиль концентрации существенно отличается от предсказаний теории. Коэффициент турбулентной диффузии и поток концентрации капель неудовлетворительно описывается решением, полученным в приближении пассивной примеси. Установлено, что отличия обусловлены как влиянием инерции капель, так и вкладом движений, индуцированных поверхностной волной.

Разработка численных алгоритмов выполнена при поддержке проекта РФФИ No 20-05-00322. Обработка и теоретический анализ результатов выполнены при поддержке проекта РФФИ No 21-55-52005. Численные расчеты выполнены на кластере ИПФ РАН (проект госзадания No 0030-2022-0005).

**Дьяченко А.И.**

**Нелинейное уравнение Шредингера и каноническое преобразование**

*Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау  
Сколтех, Центр перспективных исследований*

Распространение комплексной огибающей электрического поля  $E(x, t)$  вдоль оптического волокна описывается нелинейным уравнением Шредингера:

$$i \frac{\partial}{\partial x} E + \frac{1}{2} E_{tt} + |E|^2 E = 0.$$

Уравнение является гамильтоновым и интегрируемым. Далее мы будем рассматривать периодический по времени сигнал с периодом  $T$ . В Фурье-представлении уравнение принимает следующий вид:

$$i \frac{\partial}{\partial x} E_{\omega_n} - \frac{\omega_n^2}{2} E_{\omega_n} + \sum_{n_1, n_2, n_3} E_{\omega_{n_1}}^* E_{\omega_{n_2}} E_{\omega_{n_3}} \delta_{n+n_1, n_2+n_3} = 0.$$

Здесь

$$E_{\omega_n} = \frac{1}{T} \int_0^T E(x, t) e^{-i\omega_n t}, \quad \omega_n = \frac{2\pi n}{T},$$

а  $\delta_{n+n_1, n_2+n_3}$  - символ Кронекера.

Далее мы строим каноническое преобразование

$$E_{\omega_n} \Rightarrow Q_{\omega_n}, \tag{1}$$

такое, что уравнение для  $Q_{\omega_n}$  становится линейным:

$$i \frac{\partial}{\partial x} Q_{\omega_n} - \frac{\omega_n^2}{2} Q_{\omega_n} + \lambda_n Q_{\omega_n} = 0.$$

Здесь  $\lambda_n$  - **число**, зависящее только от начальных данных  $Q_{\omega_n}(0)$  при  $x = 0$ . Решение этого уравнения - тривиально:

$$Q_{\omega_n}(x) = Q_{\omega_n}(0) e^{i\left(\frac{-\omega_n^2}{2} + \lambda_n\right)x}.$$

Следует отметить, что полученное каноническое преобразование записывается в виде бесконечного ряда. Этот ряд можно оборвать в зависимости от уровня нелинейности передаваемого сигнала.

## **Ермаков С.А., Доброхотов В.А., Сергиевская И.А., Капустин И.А.**

### **“След” обрушающейся гравитационной волны на взволнованной водной поверхности: Лабораторный эксперимент**

Ермаков С.А.<sup>(1,2)</sup>, Доброхотов В.А.<sup>1)</sup>, Сергиевская И.А.<sup>1)</sup>, Капустин И.А.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> *Институт Прикладной Физики РАН, Нижний Новгород*

<sup>2)</sup> *Волжский государственный университет водного транспорта, Нижний Новгород*

Из повседневных наблюдений известно, что на задних склонах обрушивающихся гравитационных волн метровых и более длин наблюдается подавление (“выглаживание”) мелкомасштабной ветровой ряби сантиметрового диапазона длин волн. Насколько известно авторам, данное явление сколько-нибудь подробно не исследовалось, хотя динамика обрушающихся волн и их роль в обратном микроволновом рассеянии на морской поверхности привлекает неизменный интерес. В данной работе представлены результаты лабораторных экспериментов по изучению влияния обрушающихся волн на мелкомасштабные ветровые волны и, соответственно, на радиолокационные (РЛ) сигналы Ка-диапазона, и образования “следа” обрушивающейся волны в характеристиках ветровой ряби. Эксперименты проводились в овальном ветро-волновом бассейне ИПФ РАН, где волнопродуктором возбуждались цуги интенсивных поверхностных волн метрового масштаба с меняющейся частотой, и за счет эффекта дисперсионной фокусировки достигалось их обрушение типа spilling. Независимо в бассейне генерировалась ветровая рябь. Доплеровский радиолокатор Ка-диапазона (рабочая длина волны 8.7 мм) был установлен на высоте около 1 м над уровнем воды, угол падения микроволнового излучения составлял около 55 градусов. Обратное рассеяние перед цугом нелинейных гравитационных волн определялось рассеянием на ветровой ряби, максимум доплеровского спектра РЛ сигнала находился вблизи частот брэгговских волн. При прохождении цуга обрушающихся волн интенсивность РЛ сигнала сильно возрастала в широком диапазоне частот, а после прохождения цуга сильно снижалась, медленно релаксируя в дальнейшем к исходному уровню. Экспериментально показано, что ослабление обратного рассеяния после прохождения обрушающихся волн связано с подавлением ветровой ряби турбулентностью в приповерхностном слое, вызываемой обрушением гребней гравитационных волн. Интересно отметить, что такой “след”, хотя и существенно менее выраженный, наблюдался также и для случая интенсивных необрушающихся гравитационных волн.

Работа выполнена при поддержке РНФ (18-17-00224), Миннауки РФ (Соглашение #-075-15-2020-776), а также Госзадания (проекты 0729-2020-0037 и 0030-2021-0006).

**Есина А.А., Ефимов В.Б.**

***Исследование влияния квантовой вихревой турбулентности на перекачку энергии в спектре волн второго звука***

*Институт физики твердого тела имени Ю.А. Осипьяна РАН, Черноголовка*

*E-mail: orlova\_lkk@issp.ac.ru*

*E-mail: efimov@issp.ac.ru*

В данной работе исследуется влияние турбулентности квантованных вихрей на спектр стоячих волн второго звука. Второй звук – это сильно нелинейные слабозатухающие волны температуры (энтропии), которые могут распространяться в сверхтекучем гелии благодаря наличию противотока нормальной и сверхтекучей компонент, например, при его нагреве. С точки зрения квазичастичной модели сверхтекучего гелия второй звук представляет собой волны плотности почти идеального фонон-ротонного газа, т.е. акустические волны. Турбулентность таких волн называется акустической турбулентностью и достаточно хорошо описывается в рамках модели Бюргерса, в которой искажение формы волны происходит за счет конкуренции нелинейности и вязкой диссипации. В случае тепловых волн:

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta T + u_{20} (1 + \alpha_2 \delta T) \frac{\partial}{\partial x} \delta T = \nu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta T,$$

где  $\delta T$  – амплитуда волны (изменение температуры),  $u_{20}$  – скорость волны бесконечно малой амплитуды,  $\alpha_2$  – коэффициент нелинейности волн второго звука,  $\nu$  – эффективная вязкость системы. Одним из проявлений акустической турбулентности является возникновение перекачки энергии от основной моды к кратным в область высоких частот (для прямого каскада) через инерциальный интервал, где энергия впоследствии рассеивается из-за вязкой диссипации. Энергия возникающих кратных мод подчиняется следующей зависимости от их частоты:

$$E \sim f^{-m}.$$

В случае развитой акустической турбулентности показатель степени данной зависимости приобретает значение  $m \approx \frac{5}{3}$ , что близко к показателю степени для колмогоровского инерциального интервала.

Квантованные вихри – особый вид вихрей в сверхтекучем гелии, вихревое движение сверхтекучей компоненты вокруг нормального «кора» (вихревой нити) подчиняется законам квантования. Сами нити всегда оканчиваются либо на стенках сосуда и поверхности жидкости, либо замыкаются сами на себя, образуя вихревые кольца. Рождение квантованных вихрей в больших количествах является результатом взаимодействия между нормальной и сверхтекучей компонентами гелия при достижении критических скоростей его течения и приводит к развитию квантовой вихревой турбулентности. Это взаимодействие также приводит к возникновению силы трения, называемой взаимным трением Гортера-Меллинка, которая повышает эффективную вязкость системы.

Проводимые в лаборатории исследования направлены на экспериментальное определение взаимодействия потенциального движения нелинейных волн второго звука и вихревых потоков квантованных вихрей. Мотивация этих экспериментов определяется исследованием влияния контролируемо вводимых в объем

распространения волн второго звука квантованных вихрей на процессы распространения энергии при акустической турбулентности.

Эксперименты проводились в измерительной ячейке, представляющей собой кварцевый цилиндрический резонатор волн второго звука длиной 7 см и диаметром 2 см, на одном торце которого находится пленочный никелевый нагреватель, использующийся в качестве генератора тепловых волн, а на другом торце – сверхпроводящий детектор-болومتر. Чувствительность болометра составляет примерно 1 V/K, что позволяет уверенно регистрировать изменения температуры в десятки милликельвин. В качестве источника квантованных вихрей использовались кварцевые камертоны различной частоты.

В ходе работы были получены добротности используемых колебательных систем, показавшие их высокую чувствительность, что обеспечивает возможность проведения исследований влияния квантованных вихрей на процессы передачи энергии при акустической турбулентности. Пробные измерения также продемонстрировали ожидаемое влияние генерируемого камертоном вихревого клубка на спектр стоячих волн второго звука, проявляющееся в виде сдвига края инерциального интервала в область более низких частот.

Работа была выполнена в рамках проекта РФФ 22-22-00718.

**Ключевые слова:** сверхтекучий гелий, второй звук, квантованные вихри, нелинейные волны, турбулентность

#### Литература

- Ефимов В.Б.* Акустическая турбулентность волн второго звука в сверхтекучем гелии // УФН. 2018. Том 188. Номер 10. С. 1025–1048. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.03.038317>
- Hänninen R.* Generation of turbulence by oscillating structures in superfluid helium at very low temperatures / *R. Hän-ninen, M. Tsubota, W. F. Vinen* // *Phys. Rev. B.* 2007. V. 75, 064502. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.75.064502>
- Blaauwgeers R.* Quartz Tuning Fork: Thermometer, Pressure- and Viscometer for Helium Liquids / *R. Blaauwgeers, M. Blazkova, M. Človečko et al.* // *JLTP.* 2007. V. 146. P. 537–562. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10909-006-9279-4>
- Умнов В.Б.* Характеристики изменчивости вихрей в Средиземном море // *Океанология.* 2000. Т. 40. № 3. С. 648–654.
- Efimov V. B.* Direct Measurement of the Critical Velocity Above Which a Tuning Fork Generates Turbulence in Superfluid Helium / *V.B. Efimov, Deepak Garg, O. Kolosov, P.V.E. McClintock* // *JLTP.* 2010. V. 158. P. 456-461. DOI: [10.1007/s10909-009-0026-5](https://doi.org/10.1007/s10909-009-0026-5)

**Зубарев Н.М., Чайковский С.А.**

***Точное двумерное решение для токового сжатия тонкой осесимметричной оболочки и формирование перетяжки в X-пинче***

Построены точные двумерные решения, описывающие динамику токового сжатия полой оболочки, представляющей собой однополостный гиперболоид вращения. Решения применимы для интерпретации результатов экспериментов по формированию перетяжек в X-пинчах. В частности, они позволяют связать основные параметры задачи – аксиальный масштаб перетяжки, время ее формирования, геометрические характеристики системы.

**Иванов С.К., Камчатнов А.М.**

***Движение тёмных солитонов в неоднородном течении бозе-эйнштейновского конденсата***

*Институт спектроскопии РАН*

Как известно, во многих ситуациях движение солитонов во внешних полях может быть уподоблено движению классической частицы. Однако создание тёмного солитона в бозе-эйнштейновском конденсате сопровождается созданием скачка фазы волновой функции. Поэтому в одномерной ситуации требование однозначности волновой функции с необходимостью ведёт к появлению противотока в окружающем солитон конденсате. Этот противоток не только компенсирует скачок фазы конденсата, но и даёт вклад в канонический импульс солитона и в его энергию при наличии ненулевой скорости течения фона. В работе [1] развита гамильтонова механика движения солитона с учётом противотока и решено несколько задач, иллюстрирующих возникающие в результате эффекты.

[1] S. K. Ivanov, A. M. Kamchatnov, Motion of dark solitons in a non-uniform flow of Bose-Einstein condensate, Chaos (accepted); arXiv:2208.12283.

**Ингель Л.Х.**

**О движении инерционных частиц в нестационарных /  
неоднородных течениях**

*ФГБУ «НПО «Тайфун», 249038, г. Обнинск, Россия  
Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, 119017, Москва, Россия  
E-mail: [lev.ingel@gmail.com](mailto:lev.ingel@gmail.com)*

Теоретически исследуется движение массивных (инерционных) частиц при достаточно быстрых изменениях скорости окружающей среды (воздуха). Относящийся сюда круг задач имеет, в частности, следующие приложения:

1. Динамика тяжелых частиц/предметов (обломков, гидрометеоров, частиц почвы и т. п.), подхватываемых шквальными порывами ветра и смерчами. Как известно, один из основных факторов опасности в эпизодах с ураганскими ветрами связан с быстро движущимися частицами/предметами, подхваченными ветром.

2. Движение инерционных частиц в поле интенсивной волны.

3. Динамика оседания инерционных частиц в сдвиговых течениях.

4. Движение инерционных частиц в интенсивных вихрях (смерчах, «пыльных дьяволах») в условиях сильного «центрифугирования».

5. В литературе обсуждаются возможности искусственного стимулирования нисходящих движений в атмосфере с использованием локальных источников вертикального импульса «любыми способами, в том числе при помощи сброса в облако порошков, почти вертикального подъема в облаке реактивного самолета, направленного и ненаправленного взрыва зарядов в облаках» (Вульфсон Н.И., Левин Л.М. Тр. ИПГ, 1983, вып. 45, с. 31-46.). Представляет интерес вопрос, в какой степени такого типа воздействия могут влиять на перенос и распределение гидрометеоров.

В этих задачах существен нелинейный характер гидродинамического сопротивления – его зависимость от модуля скорости движения частицы относительно среды. Разные составляющие движения частицы взаимодействуют между собой, поскольку каждая из них влияет на коэффициент сопротивления. Найден эффективный способ приближенного аналитического решения ряда задач. Установлены некоторые общие закономерности динамики частиц. Один из результатов: вследствие нелинейного закона сопротивления, последнее может заметно возрастать при колебаниях среды относительно частицы (например, при прохождении интенсивной акустической волны), так что оседание частиц в поле силы тяжести может замедляться.



**Клиньшов В.В., Кириллов С.Ю., Некоркин В.И.**

***Развитие моделей нейронных масс: учет конечного размера и реалистичной неоднородности***

*Институт прикладной физики РАН*

В настоящее время бурно развивается так называемое "новое поколение" моделей нейронных масс, которые позволяют описывать коллективное поведение больших нейронных сетей с помощью низкоразмерных динамических систем для усредненных переменных. Однако ранее предложенные модели справедливы только для сетей бесконечно большого размера и с модельной (Лоренцевой) формой неоднородности. Предложенные в работе новые подходы позволяют описывать нейронные сети конечного размера и с произвольной формой неоднородности, что может приводить к существенному изменению их коллективной динамики.

Работа выполнена при поддержке РФФ, грант 19-02-10114.

## **Конторович В.М.**

### ***Затеняющий тор в АЯГ как вихрь в потоке излучения и его влияние на определяемые массы сверхмассивных черных дыр***

Активные ядра галактик (АЯГ), ответственные за явление квазаров и радиогалактик, а также менее мощные, но более многочисленные сейфертовские галактики, по-видимому, имеют Универсальную структуру и содержат сверхмассивную черную дыру (СМЧД), аккреционный диск, истекающие потоки плазмы в виде джетов и ветра, и затеняющие торы (ЗТ). Последние служат аккумуляторами и регуляторами аккрецирующей материи и, скорее всего, представляют собой грандиозные самогравитирующие вихри со своеобразной динамикой (Банникова и автор). Последние ответственны за самосогласованность процессов аккреции и эмиссии.

Аккреционный диск, являющийся чрезвычайно эффективным преобразователем гравитационной энергии в излучение, формируется в непосредственной близости от ЧД. Излучение диска, согласно закону Ламберта, неизотропно и в основном направлено по нормали к плоскости диска, где может превышать предел Эддингтона.

Таким образом, над диском образуется полый конус, свободный от покоящегося вещества. Вне этого конуса интенсивность излучения диска меньше эддингтоновской и формируются ЗТ. Также нет прямого падения вещества на центр вне конуса. Тор – это гравитационный аттрактор, вокруг центральной образующей которого движется вещество по замкнутых орбитам, образуя тороидальный вихрь. Лишь малая часть этого вещества, вращаясь вокруг тороидального аттрактора, попадает в центр и «подпитывает» аккреционный диск. Взаимодействие аттракторов приводит к неустойчивости и формированию области широких линий (BLR) вблизи кольца Лагранжа – обобщения внутренней точки Лагранжа в ограниченной задаче трех тел (Банникова и автор). В докладе рассмотрено влияние потока излучения от аккреционного диска на затеняющий тор в АЯГ и обратное влияние гравитации тора на диск и положение BLR. Последнее может влиять на значения масс СМЧД в центрах галактик, определяемых методами реверберации.

**Короткевич А.О., Назаренко С., Пан Ю., Шата Дж.**

***Спектр гравитационных волн в присутствии конденсата:  
аналитическое объяснение численных результатов***

В рамках кинетического уравнения рассмотрено взаимодействие сильного длинноволнового фона (конденсата) с обратным каскадом гравитационных волн на поверхности глубокой воды. Показано, что для волн изотропных по углу с длиной волны заметно короче, чем характеристическая длина волны конденсата происходит коррекция спектра решения кинетического уравнения, соответствующего решению с постоянным потоком числа частиц. Результаты анализа хорошо совпадают как с данными численного моделирования в рамках изначальных гамильтоновских динамических уравнений, так и с некоторыми лабораторными экспериментами.

## **Кочурин Е.А., Кузнецов Е.А.**

### **Прямое численное моделирование акустической турбулентности: спектр Захарова-Сагдеева**

Е.А. Кочурин<sup>1,2</sup>, Е.А. Кузнецов<sup>1,3,4</sup>

<sup>1</sup>Сколковский институт науки и технологий, 121205 Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт электрофизики УрО РАН, 620016 Екатеринбург, Россия

<sup>3</sup>Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

<sup>4</sup>Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, 142432, Черногловка, Россия

Представлены результаты прямого численного моделирования трехмерной акустической турбулентности в средах со слабой положительной дисперсией. Показано, что вначале длинноволновой области в распределении энергии турбулентности в  $k$ -пространстве происходит формирование джетов в виде узких конусов. При больших волновых числах конусы уширяются, а распределение соответственно стремится к изотропному. В этой области волновых чисел усредненный по углу спектр турбулентности приобретает степенной характер,  $E(k) \propto k^{-\alpha}$ , с показателем, близким к  $3/2$ , что соответствует спектру слабой акустической турбулентности Захарова-Сагдеева.

Авторы благодарят В.Е. Захарова за полезные обсуждения. Данная работа выполнена при финансовой поддержке Российским научным фондом (грант 19-72-30028).

## **Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А.**

### ***Влияние границы в формировании складок в невязких жидкостях***

Е. А. Кузнецов<sup>(a), (b), (c)</sup>, Е.А. Михайлов<sup>(a),(b),(d)</sup>

<sup>(a)</sup> *ФИАН им. П.Н. Лебедева РАН, Москва;*

<sup>(b)</sup> *Сколтех, Сколково, Московская обл.;*

<sup>(c)</sup> *ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка Московская обл.;*

<sup>(d)</sup> *Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва*

Развивается новая концепция формирования больших градиентов скорости взрывного типа или с экспоненциальным ростом во времени для проскальзывающих течений в несжимаемых невязких жидкостях. Эти процессы представляют собой образование складок благодаря сжимаемому характеру проскальзывающих течений на твердой границе. Т.е. граница, как таковая, вносит элемент сжимаемости для этих течений, что, с нашей точки зрения, можно рассматривать как причину образования сингулярности на границе. На примере двумерных и трехмерных невязких уравнений Прандтля нами показано, что особенности формируются для градиента скорости на стенке со скользящими граничными условиями. Этот процесс есть не что иное, как опрокидывание, хорошо известное в газовой динамике со времен классической работы знаменитого Римана. Для двумерного невязкого течения Прандтля помимо опрокидывания градиента скорости, градиент завихренности также на границе становится сингулярным за конечное время. Для трехмерных проскальзывающих течений Прандтля сингулярной на границе становится сама завихренность и одновременно происходит формирование джета в перпендикулярном направлении к границе. Таким образом, опрокидывание проскальзывающих течений в трехмерном случае можно рассматривать в качестве одного из механизмов образования торнадо.

## **Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А.**

### **Столкновение двух вихрей в невязкой жидкости в канале**

Е.А.Кузнецов<sup>1,2,3</sup>, Е.А.Михайлов<sup>1,2,4</sup>

<sup>1</sup>*Физический институт имени П.Н.Лебедева РАН, Москва;*

<sup>2</sup>*Сколковский институт науки и технологий, Москва;*

<sup>3</sup>*Институт теоретической физики имени Л.Д.Ландау РАН, Москва;*

<sup>4</sup>*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Москва*

Рассмотрено двумерное течение невязкой жидкости в канале. Предполагается, что в нем присутствуют два набегающих друг на друга вихря, которые описываются с помощью уравнений Эйлера. Система уравнений в переменных «функция тока – завихренность» решалась с помощью конечно-разностных численных методов. Обращение оператора Лапласа для функции тока проводилось с помощью счета на установление, также использовались частично неявные численные схемы. В ходе численного решения был обнаружен резкий рост градиента горизонтальной компоненты скорости на границе канала, что в целом соответствует предсказаниям теории, описывающей «опрокидывание» скользящих течений. Максимальное значение градиента скорости достигало на нижней границе области и росло со временем по экспоненциальному закону. На границе между вихрями формировался «джет», размеры которого довольно быстро сужались. При этом градиент завихренности рос на границе по дважды-экспоненциальному закону в соответствии с теоретическими оценками.

**Лузенина С.А., Левченко А.А.**

***Моделирование слипания пробных частиц в экспериментах по волновой турбулентности***

*Институт физики твёрдого тела РАН, Черноголовка, Россия*

Данное исследование посвящено теоретическому расчёту взаимодействия частиц на поверхности жидкости с образованием кластеров. Для проведения расчётов была написана программа на языке Python, вычисляющая изменения местоположений частиц под действием сил Ван-дер-Ваальса при разных условиях.

Текущим результатом работы стала успешно функционирующая программа, результаты вычислений которой соответствуют предварительным теоретическим предположениям. Расчёты ведутся при условии межчастичного притяжения и последующего слипания без учёта отталкивания. Ведётся дальнейшая работа над версиями программы для расчёта взаимодействия заряженных частиц в жидкостях различной вязкости.

**Маслов Е., Кутвицкий В.**

***Резонансные явления при движении пробных частиц в сферически-симметричных сгустках осциллирующей тёмной материи***

*ИЗМИРАН*

Методами теории возмущений мы исследуем уравнения геодезических, описывающие финитные движения пробных частиц в периодическом по времени гравитационном поле, создаваемом сферически-симметричным распределением осциллирующей тёмной материи. Показано, что в приближении слабого поля уравнения для радиальных и орбитальных траекторий пробных частиц сводятся соответственно к уравнениям Хилла и неоднородным уравнениям Хилла. Рассмотрен пример сферически-симметричного осциллирующего сгустка скалярной тёмной материи с логарифмическим потенциалом самодействия. В этом случае соответствующие уравнения Хилла оказываются сингулярными. Исследована структура резонансных зон в различных пространствах параметров системы (диаграммы Айнса-Стратта) и вычислены показатели Флоке.



**Оладышкин И.В.**

***Распад оптического импульса на два плазмона и формирование периодических поверхностных структур***

*Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород*

Формирование лазерно-индуцированных периодических поверхностных структур (англ. LIPSS) изучается более 50 лет с момента первого наблюдения в образцах германия и арсенида галлия. Ключевая роль поверхностных плазмонов в структурировании металлов и полупроводников лазерными импульсами была доказана во многих экспериментальных и теоретических работах, общая электромагнитная теория эффекта была предложена Дж. Сайпом в начале 80-х годов. В рамках этой модели поверхностные плазмоны генерируются на случайных неровностях поверхности и одновременно интерферируют с падающим лазерным импульсом. В результате образуется стоячая волна, вызывающая периодический в пространстве нагрев среды, за которым следует периодическое плавление или абляция.

Несмотря на несомненный прогресс, достигнутый в этой области, самый начальный этап формирования поверхностных структур остается не до конца понятным с теоретической точки зрения. Эффективность возбуждения поверхностных плазмонов на случайной шероховатой поверхности крайне мала, вследствие чего их амплитуда заведомо недостаточна для объяснения наблюдаемого контраста.

В представленной работе теоретически показано, что интенсивный фемтосекундный оптический импульс, падающий нормально на металлическую поверхность, неустойчив по отношению к распаду на пару встречных поверхностных плазмон-поляритонов. Интерференционное поле падающего импульса и поверхностных волн периодически нагревает среду, что вызывает пространственное возмущение диэлектрической проницаемости и, в свою очередь, резонансно усиливает конверсию. Таким образом, в отличие от более ранних теоретических работ, предсказан нелинейный режим взаимодействия. Оцененное аналитически время развития неустойчивости для типичных металлов составляет 10–50 фс при плотностях лазерного излучения порядка 1 Дж/см<sup>2</sup>, что соответствует условиям реальных одноимпульсных экспериментов, в ходе которых в образцах спонтанно возникают полосовые структуры. Амплитуда поверхностных плазмонов, развивающихся в неустойчивом режиме, должна на несколько порядков превосходить амплитуду, оцененную без учёта описанного эффекта.

Таким образом, механизм неустойчивого распада важен для понимания динамики поглощения оптического импульса в повреждающих условиях и перспективен для интерпретации экспериментов по формированию лазерно-индуцированных поверхностных структур (LIPSS).

[1] Ivan Oladyshkin, Self-induced decay of intense laser pulse into a pair of surface plasmons, PRB **106**, L081408 (2022)

**Островский Л.А.**

***Движение и распределение частиц и планктона в поле  
нелинейных внутренних волн***

*Институт Прикладной Физики РАН, Нижний Новгород  
University of Colorado, Boulder, USA  
University of North Carolina, Chapel Hill, USA*

Воздействие внутренних волн на примеси и планктон изучалось в океане и в лаборатории, начиная, по крайней мере, с 1970-х. Однако теоретическое моделирование таких процессов до сих пор весьма ограничено. В контексте данной работы особенно интересны результаты Леннерта-Коди и Фрэнкса [1], которые наблюдали рост концентрации фитопланктона в сильно нелинейных внутренних солитонах и дали качественное объяснение этого эффекта, рассмотрев малые изменения концентрации частиц в слабонелинейной внутренней волне.

В данной работе изучаются движение и динамика концентрации пассивных (включая фитопланктон) и активных (зоопланктон) частиц в заданном поле внутренней волны. Общие результаты относятся к бегущим волнам произвольного профиля и амплитуды, но в приложениях рассматриваются уединенные внутренние волны произвольной амплитуды, близкие к солитонам. Уравнение движения для одной частицы неоднократно варьировалось в литературе, в основном из-за проблемы описания присоединенной массы при нестационарном движении. Здесь оно используется в форме, выведенной в [2], которая сейчас признана правильной. Полученный результат зависит от числа Рейнольдса и плотности частицы, а для активной частицы (зоопланктона) – от характера ее собственного вертикального движения.

Далее рассматривается динамика концентрации частиц в поле внутренней волны. Результат оказывается различным для случаев однородного начального распределения (обобщение [1] на случай сильной волны) и тонкого слоя частиц (типичного в верхнем слое океана), включая воздействие солитона, близкого к предельному (flat-top) в двухслойной жидкости. В заключение дается оценка влияния турбулентной диффузии на распределение частиц.

Полученные результаты качественно согласуются с известными данными натуральных и лабораторных экспериментов.

Детали данной работы изложены в [3].

Lennert-Cody, C. E. and Franks, P. J. S., Plankton patchiness in high-frequency internal waves, *Marine Ecol. Prog. Ser.*, 186, 59–66 (1999).

Auton, T. R., Hunt, J. C. R., and Prud'homme, M. The force exerted on a body in inviscid unsteady non-uniform rotational flow, *J. Fluid Mech.* 197, 241-257 (1988).

Ostrovsky, L. A., Dynamics of particles and plankton under the action of internal solitary waves, *Wave Motion*, 114, 103013 (2022)

**Пушкарев А.Н., Геогджаев В.В., Захаров В.Е.**

***Модель ветровой накачки волнения ST6: оценка и альтернативы***

Проведено исследование модели ST6 для ветровой накачки поверхностных волн, используемой в расчётных моделях. Исследование базируется на параметрах автомодельности волнового спектра и на численных расчётах. На базе этих расчётов предложена новая модель ветровой накачки (модель ZRP) обеспечивающая лучшее приближение к автомодельности.

**Рассадин А.Э.**

**Об одной распределённой нелинейной динамической системе в пространстве двусторонних последовательностей**

Высшая школа экономики, Нижний Новгород, Россия  
E-mail: [brat\\_ras@list.ru](mailto:brat_ras@list.ru)

В докладе [1] были описаны свойства решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений в пространстве двусторонних последовательностей. Рассмотренные там решения допускают интерпретацию в виде кривых в этом счётномерном пространстве. Таким образом, естественно возникает вопрос о поиске примеров нелинейных динамических систем, решения  $\{u_n(x, t)\}_{n=-\infty}^{n=+\infty}$  которых можно трактовать как двумерные поверхности в пространстве двусторонних последовательностей, то есть как некие счётномерные аналоги струн в теории поля [2].

В данном докладе, основанном на результатах работы [3], такой пример представлен, а именно, изучается следующая нелинейная счётномерная система интегро-дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial u_n(x, t)}{\partial t} + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_k(x - \xi, t) \cdot u_{n-k}(\xi, t) \cdot d\xi = 0, \quad n \in Z, \quad (1)$$

снабжённая счётным множеством начальных условий:

$$u_n(x, 0) = u_n^0(x), \quad x \in R. \quad (2)$$

В представленном докладе найдено общее решение задачи Коши (1)-(2), а также при специальном выборе начальных условий (2) построены конкретные примеры точных решений системы (1) как монотонного, так и осциллирующего характера.

1. *Рассадин А.Э.* О некоторых новых результатах в теории счётномерных систем обыкновенных дифференциальных уравнений // XXX Научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике (20-21 декабря 2021 г., Москва, Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН). Краткие аннотации выступлений. – 49 с. С. 34.

2. *Морозов А.Ю.* Теория струн— что это такое // Успехи физических наук. 1992. Т. 162, № 8. С. 83-175.

3. *Rassadin A.E.* Exact solutions of one nonlinear countable-dimensional system of integro-differential equations // Журнал Средневолжского математического общества (принято в печать).

**Ремизов И.А., Султанова М.Р., Левченко А.А., Межов-Деглин Л.П.**

***Взаимодействие инжектированных зарядов с квантовыми вихрями в сверхтекучем гелии вблизи свободной поверхности***

И.А.Ремизов<sup>1,2</sup>, М.Р.Султанова<sup>1,2</sup>, А.А.Левченко<sup>1,2</sup>, Л.П. Межов-Деглин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Институт физики твердого тела РАН, Черноголовка, 142432 Россия*

<sup>2</sup>*Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН Черноголовка, 142432 Россия*

Экспериментально исследовано движение инжектированных в сверхтекучий He-II отрицательных зарядов (электронных пузырьков диаметром  $\sim 1.7$  нм) и положительных зарядов (положительно заряженных снежных шариков диаметром  $\sim 0.7$  нм) под свободной поверхностью, а также в объеме слоя жидкости глубиной 3 см в квадратной ячейке размерами 5x5 см в интервале температур от 1.5 до 2.1 К в статических электрических полях. О направлении движения инжектированных зарядов в He-II судили по распределению токов, регистрируемых вертикально ориентированными сегментами приемного коллектора, который был расположен на противоположной от точечного источника зарядов стенке ячейки. Обнаружено, что в случае движения положительных зарядов распределение плотности коллекторного тока по сегментам совпадает с направлением силовых линий приложенного электрического поля, а при движении отрицательных зарядов распределение плотности тока по коллектору заметно отличается от геометрии движения, задаваемой приложенным электрическим полем. Возбуждение стоячих капиллярных волн на поверхности He-II в ячейке, нелинейное взаимодействие между которыми приводит к генерации вихрей на поверхности и в объеме слоя жидкости, заметно изменяет распределение токов отрицательных зарядов по сегментам коллектора, и в то же время практически не влияет на распределение токов положительных зарядов по сегментам. Наблюдаемые различия в поведении распределения токов инжектированных зарядов разных знаков вблизи свободной поверхности и в объеме He-II можно объяснить тем, что в отличие от положительно заряженных снежных шариков электронные пузырьки сильно взаимодействуют с квантовыми вихрями, содержание которых значительно возрастает при возбуждении нелинейных волн на поверхности сверхтекучей жидкости.

**Рубан В.П.**

***Системы вихрей в бинарном бозе-конденсате типа 'ядро-оболочка'***

Численно в рамках связанных уравнений Гросса-Питаевского моделируется захваченная ловушкой бозе-конденсированная смесь из двух типов холодных атомов, существенно различающихся по массе. В режиме разделения фаз возможна конфигурация, состоящая из безвихревого ядра и пронизанной квантованными вихрями оболочки. Динамические свойства вихрей в оболочке зависят от нескольких параметров системы. Исследование направлено на поиск физически реализуемых параметрических областей, соответствующих долгоживущим, сильно нестационарным системам нескольких вихрей, присоединенных к ядру. Представлен ряд реалистических численных примеров, в которых конфигурации из трех пар вихрей существовали на протяжении многих сотен характерных времен.

Письма в ЖЭТФ, 116 (5), 324-329 (2022).

**Савин С.П.**

***Резонансные 3х-волновые каскады в бесстолкновительном взаимодействии потока солнечного ветра с магнитосферой***

*ИКИ РАН*

Обсуждаются нелинейные резонансные механизмы нагрева плазмы в районе каспа. Наши результаты могут иметь определенное значение как для нелинейной физики вообще, так и для понимания наблюдаемых и моделируемых в рамках МГД-явлений, а также на модели собственных колебаний ударной волны и магнитопаузы, подтвержденными данными в 21 точке в околоземном пространстве и на Земле с 10 спутников и 20 наземных станций всех ведущих космических агентств.

Мы опираемся на статью в «Письма в ЖЭТФ» и 3 статьи в «ЖЭТФ», и исследуем механизм взаимодействия бесстолкновительных плазменных потоков с магнитными барьерами. Обнаружены плазменные резонансы в диапазоне 0.02-10 мГц и аномальный перенос наружу и внутрь магнитосферы, и получены новые свидетельства взаимодействия ударной волны с магнитосферой посредством струй с большим динамическим давлением и импульсов вектора Пойнтинга, близких к дельта-функциям. Эти взаимодействия приводят к созданию глобальной резонансной системы с обратной связью, которая и модулирует передачу энергии из солнечного ветра внутрь магнитосферы. Продемонстрированные 3х-волновые нелинейные каскады с накачкой на резонансных частотах ударной волны и магнитопаузы, связанные с необычным уровнем би-когерентности, позволяют объяснить и поддержать предлагаемые новые – существенно нелинейные – механизмы взаимодействия плазменных потоков с препятствиями и нелинейной связи резонансов в различных средах. Мы демонстрируем, как резонансы магнитопаузы регистрируются сначала внутри магнитосферы и в ионосфере прежде, чем в магнитослое в 48% случаев тем, что волны распространяются быстрее внутрь, чем наружу магнитосферы. В остальных 52% случаев – это резонансы ударной волны, распространяющиеся в магнитослое от Солнца.

**Серых И.В., Сонечкин Д.М.**

***Влияние изменений солнечной активности на Эль-Ниньо - Южное колебание и Антарктическое колебание как элементов Глобальной атмосферной осцилляции***

Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН  
Российская Федерация, 117997, Москва, Нахимовский проспект, д. 36  
[iserykh@gmail.com](mailto:iserykh@gmail.com)

В работах [1,2] показано, что Эль-Ниньо – Южное колебание (ЭНЮК) является элементом Глобальной атмосферной осцилляции (ГАО). На ГАО оказывают влияние следующие внешние квазипериодические силы: годовой ход поступления тепла от Солнца, 14-месячное чандлеровское колебание полюсов Земли, 11-летнее изменение солнечной активности, 18.6-летняя лунно-солнечная нутация оси вращения Земли [3]. Из-за несоизмеримости периодов воздействия этих внешних сил есть основания полагать, что динамика ГАО является не хаотической, а может быть описана математической моделью Странного нехаотического аттрактора (СНА). Таким образом, динамика ГАО может быть прогнозируема статистическими методами с достаточно большой заблаговременностью. Благодаря этому и западно-восточному распространению пространственной структуры ГАО предложен индекс-предиктор ЭНЮК, позволяющий прогнозировать события Эль-Ниньо и Ла-Нинья с годовой заблаговременностью [4].

Данная работа посвящена поиску ответа на вопрос: существует ли в межгодовой климатической изменчивости, ассоциированной с ГАО, только одна мода, которой является ЭНЮК, или же ГАО включает в себя и другие моды. С помощью специально разработанной методики исследована межгодовая изменчивость полей аномалий атмосферного давления на уровне моря (ДУМ) ассоциированная с ГАО [5]. Показано, что исследуемая изменчивость содержит моду связанную с ЭНЮК и моду связанную с Антарктическим колебанием (ААК) – Южную кольцевую моду (ЮКМ). Обнаружено, что ГАО не включает в себя часть изменчивости ДУМ ассоциированную с событиями Эль-Ниньо и Ла-Нинья центрально-тихоокеанского типа. С помощью кросс-вейвлетного анализа исследованы связи между индексами ЭНЮК и ЮКМ. Найдены отрицательные связи между этими индексами на периодах колебаний около 11 лет. Выдвинута гипотеза о влиянии синхронизации и рассинхронизации квази-11-летних изменений солнечной активности и ЭНЮК на ослабление и усиление отрицательных связей между ЭНЮК и ЮКМ на периодах колебаний около 11 лет.

**Литература**

1. Serykh I.V., Sonechkin D.M., Byshev V.I., Neiman V.G., Romanov Yu.A. Global Atmospheric Oscillation: An Integrity of ENSO and Extratropical Teleconnections // Pure and Applied Geophysics. 2019. Vol. 176. No. 8. pp 3737–3755.



2. Serykh, I.V., Sonechkin D.M. El Niño–Global Atmospheric Oscillation as the main mode of interannual climate variability // *Atmosphere*. 2021. Vol. 12. 1443.
3. Serykh, I.V., Sonechkin, D.M. Nonchaotic and globally synchronized short-term climatic variations and their origin // *Theoretical and Applied Climatology*. 2019. Vol. 137. P. 2639–2656.
4. Serykh, I.V., Sonechkin, D.M. El Niño forecasting based on the global atmospheric oscillation // *International Journal of Climatology*. 2021. Vol. 41. P. 3781–3792.
5. Серых И.В., Сонечкин Д.М. Взаимосвязь Эль-Ниньо - Южного колебания и Южной кольцевой моды как элементов Глобальной атмосферной осцилляции // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Науки о Земле*. 2022. Т. 67. № 4. Принята в печать.

## Слюняев А.В., Степанянц Ю.А.

### **Сдвиг частоты вниз по спектру при затухании солитонов НУШ в океане, покрытом льдинами**

А.В. Слюняев<sup>1,2</sup> и Ю.А. Степанянц<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>Высшая школа экономики, ул. Б. Печерская 25, Н. Новгород, 603950, Россия;

<sup>2</sup>Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Н. Новгород, 603950, Россия;

<sup>3</sup>School of Mathematics, Physics and Computing, University of Southern Queensland, 487–535 West St., Toowoomba, QLD 4350, Australia;

<sup>4</sup>Кафедра прикладной математики, Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, ул. Минина 24, Н. Новгород, 603950, Россия

Рассматривается сдвиг частоты вниз по спектру (дауншифтинг) при распространении солитонов НУШ в океане, покрытом льдинами, с учётом частотно-зависимого затухания. Согласно имеющимся экспериментальным данным, поверхностные волны малой амплитуды в океане, покрытом льдинами, затухают экспоненциально с расстоянием  $\sim \exp(-k_i x)$  с пространственным декрементом  $k_i \sim \omega^3$  [1, 2]. Мы показываем, что сдвиг центральной частоты волнового цуга в виде солитона НУШ происходит быстрее, чем предсказывает линейная теория. В линейном случае наблюдаемый дауншифтинг возникает из-за более быстрого затухания высокочастотных компонент спектра по сравнению с низкочастотными при отсутствии переноса энергии по спектру. В случае слабонелинейных возмущений в рамках нелинейного уравнения Шредингера [3], дополненного эмпирическими диссипативными членами, предложенная модель описывает распространение и затухание слабо нелинейных цугов волн и учитывает поток энергии вниз по спектру. Решение уравнения НУШ с начальным условием в виде волнового пакета с гауссовой огибающей было рассмотрено численно в работе [4]. Предполагая, что диссипация относительно мала по сравнению с нелинейным и дисперсионным членами в уравнении НУШ, и используя асимптотический подход [5], мы выводим аналитическую модель дауншифтинга для солитона огибающей с учётом затухания. Сравнение дауншифтинга, полученного в рамках линейной и нелинейной моделей, показывает, что в последнем случае затухание происходит с вдвое большим декрементом, а частотный дауншифтинг из-за этого получается меньше, чем в линейной теории. В заключение будут даны оценки для солитонов НУШ с учётом реальных океанских параметров.

[1] Meylan M.H., Bennetts L.G., Mosig J.E.M., Rogers W.E., Doble M.J., Peter M.A. J. Geophys. Res.: Oceans, 2018, v. 123, 3322–3335. DOI: [10.1002/2018JC013776](https://doi.org/10.1002/2018JC013776)

[2] Squire V.A. Annual Rev. Fluid Mech., 2020, v. 52, 37–60. DOI: [10.1146/annurev-fluid-830010719-060301](https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-830010719-060301)

[3] Slunyaev A.V., Stepanyants Y.A. Phys. Fluids, 2022, v. 34, 077121. DOI: [10.1063/5.0100179](https://doi.org/10.1063/5.0100179)

[4] Alberello A., Parau E.I. Phys. Fluids, 2022, v. 34, 061702. DOI: [10.1063/5.0089866](https://doi.org/10.1063/5.0089866)

[5] Fabrikant A.L., Stepanyants Yu.A. Propagation of waves in shear flows. World Scientific, Singapore, 1998, 287 p. DOI: [10.1142/2557](https://doi.org/10.1142/2557)

**Слюняев А.В., Тарасова Т.В.**

***Статистические свойства множественных столкновений солитонов***

*Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики",  
Н. Новгород  
Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород*

Синхронные столкновения большого количества солитонов рассматриваются в контексте статистического описания. Показано, что при взаимодействии солитонов одного знака происходит эффективное сглаживание волнового поля. При увеличении числа солитонов и более медленном спадании последовательности их амплитуд сфокусированная волна становится еще более гладкой, а статистические моменты замораживаются на длительное время. Это квазистационарное состояние характеризуется сильно уменьшенными статистическими моментами и плотностью солитонов, близкой к некоторому критическому значению. Это состояние можно трактовать как предел малой дисперсии, что позволяет аналитически оценить все статистические моменты высокого порядка. Хотя основное внимание в исследовании уделяется уравнению Кортевега–де Вриза и его модифицированной версии, обсуждается гораздо более широкая применимость результатов к уравнениям, поддерживающим решения солитонного типа.

Выполнено при поддержке Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ соглашение № 075-15-2022-1101.

T.V. Tarasova, A.V. Slunyaev, Properties of synchronous collisions of solitons in the Korteweg – de Vries equation. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (In Press, 2022). doi: 10.1016/j.cnsns.2022.107048

A.V. Slunyaev, T.V. Tarasova, Statistical properties of extreme soliton collisions. Chaos 32, 101102 (2022). doi: 10.1063/5.0120404

**Сулейманов Б.И.**

***О глобальной мероморфности решений широкого класса уравнений типа Пенлеве***

Доклад основан на двух совместных с А.В. Домриным и М.А. Шумкиным публикациях.

При помощи результатов А.В. Домрина о мероморфности по пространственной переменной решений локально голоморфных солитонных уравнений параболического типа (к которым относятся, например, уравнения КдВ, комплексифицированный вариант НУШ, уравнение Буссинеска, но не относится уравнение Син-Гордон) дается математически строгое доказательство глобальной мероморфности решений широкого класса обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) типа Пенлеве. Все решения ОДУ этого класса одновременно являются решениями интегрируемых при помощи МОЗР упомянутых уравнений солитонного типа, стационарными частями неавтономных симметрий (и более общо — и инвариантными многообразиями) которых как раз и определяются данные ОДУ. В частности, при этом дается новое доказательство мероморфности общих решений классических ОДУ Пенлеве первого, второго и четвертого типов. Аналогичным образом свойство глобальной мероморфности решений доказывается и для целых иерархий высших аналогов ОДУ Пенлеве.

**Султанова М.Р., Ремизов И.А.**

***Взаимодействие инжектируемых зарядов с вихревым течением в нормальном и сверхтекучем гелии вблизи  $T_\lambda$***

Экспериментально показано, что инжектированные в жидкий гелий отрицательные заряды взаимодействуют с вихревыми течениями, формируемыми поверхностными волнами, возбуждаемыми перпендикулярно друг другу на границе жидкость-пар. Обнаружено, что генерация завихренности приводит к перераспределению тока на сегментах коллектора. Изменение траектории движения зарядов от источника к приемному коллектору обусловлено их взаимодействием с вихревым потоком нормальной составляющей.

**Хатунцева О.Н.**

**О возможности аналитического описания универсального пристеночного профиля скорости турбулентного течения вязкой несжимаемой жидкости**

*ПАО «РКК «Энергия», МФТИ, ol-khatun@yandex.ru*

Проведены исследования возможности описания как ламинарных, так и турбулентных режимов течения вязкой несжимаемой жидкости на основе одних и тех же уравнений. Показано, что если модифицировать уравнения Навье-Стокса (УНС) таким образом, чтобы учитывать разницу в производстве энтропии при двух режимах течения, то в тех задачах, которые допускают аналитические решения для ламинарного течения, удастся получать и обобщенные осредненные профили скорости для турбулентного режима.

Предложено рассматривать УНС в фазовом пространстве, расширенном за счет введения дополнительной – «стохастической» переменной и дополнить полную производную по времени слагаемым, характеризующим производством энтропии за счет возбуждения стохастических возмущений. Для ламинарных режимов течения производство энтропии принимает нулевое значение, дополнительное слагаемое исчезает, и осуществляется переход к УНС в их стандартном виде, решения которого описывают только ламинарные режимы течения. В турбулентном режиме производство энтропии ненулевое, и включение в УНС дополнительного слагаемого позволяет получать «турбулентные» решения уравнений.

Кроме того, включение в уравнения дополнительного слагаемого, характеризующего производством энтропии (которое всегда неотрицательно), позволяет учитывать необратимость физических процессов по времени в тех случаях, когда это производство ненулевое.

В таком подходе решены задачи Хагена-Пуазейля, Пуазейля и плоского течения Куэтта [1-4]. Во всех этих задачах найдены, как «ламинарные», так и обобщенные «турбулентные» решения. Показано, что, несмотря на отличие решаемых уравнений для задач Хагена-Пуазейля, плоского течения Пуазейля (а также для течения вдоль плоской пластины, как предельного случая задачи Пуазейля), пристеночные профили скорости для турбулентного режима течения получаются одинаковыми, что может свидетельствовать о существовании универсального пристеночного профиля скорости для этих задач.

1. Хатунцева О.Н. Обобщенное аналитическое решение плоской задачи Пуазейля для турбулентного режима течения несжимаемой жидкости // Труды МАИ. 2022. № 123. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=165492>
2. Хатунцева О.Н. О нахождении обобщенного аналитического решения плоской задачи Куэтта для турбулентного режима течения жидкости // Труды МАИ. 2022. № 122. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=164194>
3. Хатунцева О.Н. О нахождении обобщенного аналитического решения задачи Хагена-Пуазейля для турбулентного режима течения жидкости // Труды МАИ. 2021. № 118. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=158211>
4. Khatuntseva O.N. Generalized Analytical Solution of the Problem of Determining the Universal Profile of the Turbulent Flow of an Incompressible Fluid // O.A. Ladyzhenskaya centennial conference on PDE's. Book of abstracts. St.Petersburg, 2022. P. 61

**Чаликов Д.В.**

***Двухмерная версия трёхмерной фазо-разрешающей модели  
потенциальных волн***

*Институт океанологии РАН, Санкт-Петербургский филиал.  
Мельбурн университет, Австралия*

Трёхмерная фазоразрешающая модель, записанная в отслеживающей поверхности системе координат и основанная на численном решении трёхмерного уравнения для потенциала скорости требует для содержательных расчётов настолько большое время, что работа с моделью превращается в бесконечное ожидание результатов. Главное недоразумение состоит в том, для вычисления вертикальной скорости на поверхности используется трёхмерное уравнение для потенциала; далее это поле не используется. Работа осложняется тем, что решение уравнения для потенциала должно быть достаточно точным, иначе вертикальная скорость вычисляется с ошибками, что нарушает, в частности, сохранение полной энергии. Новый подход основан на разделении потенциала на 'линейную' и 'нелинейную' составляющую. 'Линейная' компонента описывается уравнением Лапласа; поле потенциала на поверхности считается известным. 'Нелинейная' компонента описывается уравнением, сходным с начальным, и оно может быть решено с нулевым граничным условием на поверхности. Вместо этого, это уравнение проецируется на поверхность, где оно превращается в дополнительное точное граничное условие. Это уравнение не решает дела поскольку оно включает не только вертикальную скорость  $w$ , но и её вертикальную производную  $w_z$ . Замыкание уравнения оказалось возможным благодаря универсальности структуры нелинейной компоненты поля потенциала вблизи поверхности. Связь между  $w$  и  $w_z$  была установлена сначала в физическом пространстве, но наиболее точно связаны Фурье компоненты эти переменных, которые оказываются пропорциональными друг другу в широком диапазоне волновых чисел. В результате, вычисление вертикальной скорости сводится к решению двухмерного поверхностного уравнения, что в целом редуцирует трёхмерную проблему к двухмерной, которая чрезвычайно легко программируется и решается примерно на два порядка быстрее, чем исходная. Приводятся многочисленные свидетельства того, что двухмерная модель воспроизводит статистический режим многомодового волнового поля, совпадающий с очень высокой точностью с результатами, полученными с трёхмерной моделью.

**Agafontsev D.S., Gelash A.A., Mullyadzhyanov R.I., Zakharov V.E.**

***Bound-state soliton gas as a limit of adiabatically growing integrable turbulence***

We study numerically the integrable turbulence in the framework of the one-dimensional nonlinear Schrodinger equation (1D-NLSE) of the focusing type using a new approach called the "growing of turbulence". In this approach, we add a small linear pumping term to the equation and start evolution from statistically homogeneous Gaussian noise. After reaching a certain level of average intensity, we switch off the pumping and examine the resulting integrable turbulence. For sufficiently small initial noise and pumping coefficient, and also for not very wide simulation box (basin length), we observe that the turbulence grows in a universal adiabatic regime, moving successively through the statistically stationary states of the integrable 1D-NLSE, which do not depend on the pumping coefficient, amplitude of the initial noise or basing length. Waiting longer in the growth stage, we transit from weakly nonlinear states to strongly nonlinear ones, characterized by a high frequency of rogue waves. Using the inverse scattering transform (IST) method to monitor the evolution, we observe that the solitonic part of the wavefield becomes dominant even when the (linear) dispersion effects are still leading in the dynamics and with increasing average intensity the wavefield approaches a dense bound-state soliton gas, whose properties are defined by the Fourier spectrum of the initial noise. Regimes deviating from the universal adiabatic growth also lead to solitonic states, but solitons in these states have noticeably different velocities and a significantly wider distribution by amplitude, while the statistics of wavefield indicates a much more frequent appearance of very large waves.



**Dryuma V.S.**

***Multidimensional Riemannian metrics in the theory of Navier-Stokes equations and their applications***

*email: valdryum@gmail.com*

*Institute of Mathematics and Computer Science,  
Rep. of Moldova, Kishinev*

The topic of the report is related to the study of the properties of the Navier-Stokes equations from a geometric point of view.

As a preliminary example, I consider a 6-dimensional space equipped with a Riemannian metric with a Ricci tensor equal to zero on solutions of the KP equation. Along this path, the behavior of metric geodesic lines is studied and their basic properties are discussed, depending on the choice of known classes of solutions to the KP equation.

As a generalization of the geometric approach to constructing solutions to the system of Navier-Stokes equations and studying their properties, the examples of a 14-dimensional and 6-dimensional spaces with metrics depending on the velocity and pressure of a viscous incompressible fluid constructed by the author are considered.

Cartan-type invariants and Beltrami-Laplace differential parameters are used to study the ordering of geodesic lines of the introduced metrics.

A connection is established between the solutions of the equations of geodesic lines and the solutions of the Navier-Stokes system of equations obtained in the framework of both Eulerian and Lagrange descriptions of fluid flows.

As a generalization of the developed approach, the possibility of using Sasakan manifolds for the examples of Riemannian spaces considered by author is discussed.

**Kaptsov O.V.**

***Some solutions of the system of an inviscid incompressible fluid***

e-mail: kaptsov@icm.krasn.ru

It is well known that the system of two-dimensional Euler equations

$$u_t + uu_x + vu_y + p_x = 0, v_t + uv_x + vv_y + p_y = 0, u_x + v_y = 0$$

describes plane motions of an inviscid incompressible fluid. Here  $u, v$  are the components of the velocity vector,  $p$  is the pressure. A group of point transformations allowed by this equation is found. Some invariant solutions and solutions not related to invariance are constructed. The solutions found describe vortices, jet streams, and vortex-like formations.

In the stationary case these equations are reduced to one equation for the stream function and then, using the Hirota function, solutions of three nonlinear elliptic equations are found. The solutions found are interpreted as sources in a rotating fluid, jets, chains of sources and sinks, vortex structures. We propose a new simple method for constructing solutions in the form of rational expressions of elliptic functions. It is shown that the flux of fluid across a closed curve is quantized in the case of the elliptic Sin-Gordon equation.

[1] Kaptsov O. V., Solutions of the Euler equations and stationary structures in an inviscid fluid, arXiv:2202.06294, 1–13 (2022).

**Lushnikov P.**

***Collapse versus blow-up and global existence in the generalized Constantin–Lax–Majda equation with dissipation***

We analyze the dynamics of singularities and finite time blowup of generalized Constantin–Lax–Majda equation which corresponds to non-potential effective motion of fluid with competing convection and vorticity stretching terms. Both non-viscous fluid and fluid with various types of dissipation including usual viscosity are considered. An infinite families of exact solutions are found together with the different types of complex singularities approaching the real line in finite times. Both solutions on the real line and periodic solutions are considered. In the periodic geometry, a global-in-time existence of solutions is proven when the data is small and dissipation is strong enough. The found analytical solutions on the real line allow finite-time singularity formation for arbitrarily small data, even for various form of dissipation, thereby illustrating a critical difference between the problems on the real line and the circle. The analysis is complemented by accurate numerical simulations, which are able to track the formation and motion singularities in the complex plane. The computations validate and extend the analytical theory.

**Vasko I.**

***Nonlinear generation of sound waves by electromagnetic waves in space plasma***

*IKI, Moscow; Space Sciences Lab, Berkeley*

We present surprising spacecraft observations of electromagnetic waves (whistler and fast magnetosonic waves) with substantial electric field power at harmonics of the fundamental wave frequency. We show that the wave power at the harmonics is due to a nonlinearly steepened electrostatic field of the electromagnetic waves propagating slightly oblique to the background magnetic field. We argue that the steepening becomes possible due to coupling of whistler waves to the electron-acoustic mode and fast magnetosonic waves to the ion-acoustic mode. We present numerical simulations reproducing the steepening and the observed sound waves at harmonics of the fundamental frequency. The consequences of this cascade process for dissipation of the electromagnetic waves are discussed.