

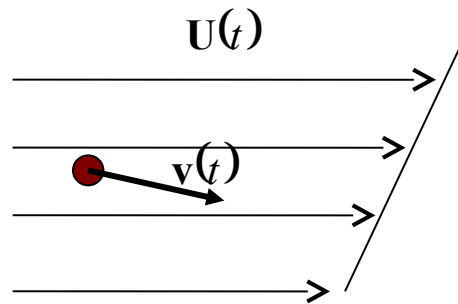
О ДВИЖЕНИИ ИНЕРЦИОННЫХ ЧАСТИЦ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ/НЕОДНОРОДНЫХ ТЕЧЕНИЯХ

Л.Х. Ингель

ФГБУ «НПО «Тайфун», г. Обнинск E-mail: lev.ingel@gmail.com

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва

Частица в
нестационарном
потоке:



Нелинейное (квадратичное) сопротивление при $10^3 \leq Re \leq 3 \cdot 10^5$.

Пример уравнения для вертикальной составляющей движения :

$$\frac{dw}{dt} = - \frac{[w - W(t)] |\mathbf{v} - \mathbf{U}(t)|}{l} - g.$$

$$l = \bar{W}^2 / g$$

\bar{W} - скорость оседания частицы
в покоящейся среде

$$|\mathbf{v} - \mathbf{U}(t)| = \sqrt{(u - U)^2 + (v - V)^2 + (w - W)^2}$$

$$\frac{dv}{dt} = - \frac{[v - U(t)] |\mathbf{v} - \mathbf{U}(t)|}{\bar{W}^2 / g} - g$$

Круг задач:

1. Динамика тяжелых частиц/предметов (обломков, гидрометеоров, частиц почвы, брызг и т. п.), подхватываемых быстрыми порывами ветра и смерчами. Как известно, один из основных факторов опасности в эпизодах с ураганными ветрами связан с быстро движущимися частицами/предметами, подхваченными ветром.

2. Динамика оседания инерционных частиц в сдвиговых течениях.

3. Движение инерционных частиц в интенсивных вихрях (смерчах, «пыльных дьяволах») в условиях сильного «центрифугирования».

4. Движение частиц в поле интенсивных волн.



A woman survived the Saragosa tornado by taking shelter in a broom closet. It was the only part of her home not leveled by the tornado. This fork, impaled into a completely debarked tree trunk, came from her kitchen.

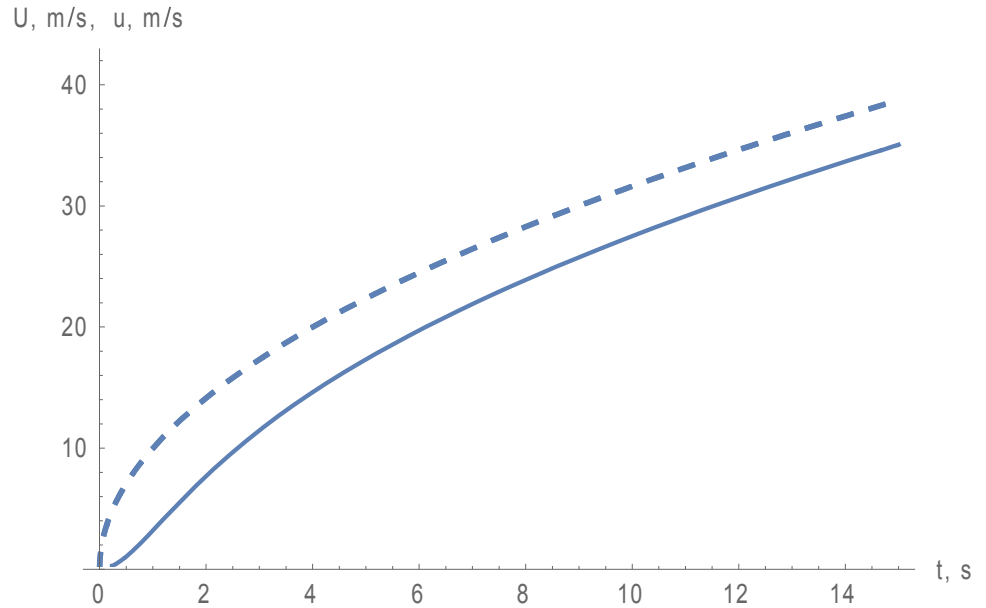
Ускорение частицы при ускорении потока

Одномерная задача

$$Y \equiv u - U(t)$$

$$A(t) = \frac{dU(t)}{dt}$$

$$\frac{dY}{dt} = - \frac{Y|Y|}{l} - A(t)$$



Пример зависимости от времени скорости частицы (сплошная линия) при возрастании скорости течения по корневому закону (штриховая линия).

Общий результат:

Частица ускоряется за характерное время

$$T = \bar{W} / g$$

$$U(t) = at^{1/2}$$

$$a = 10 \text{ м/с}^{3/2}$$

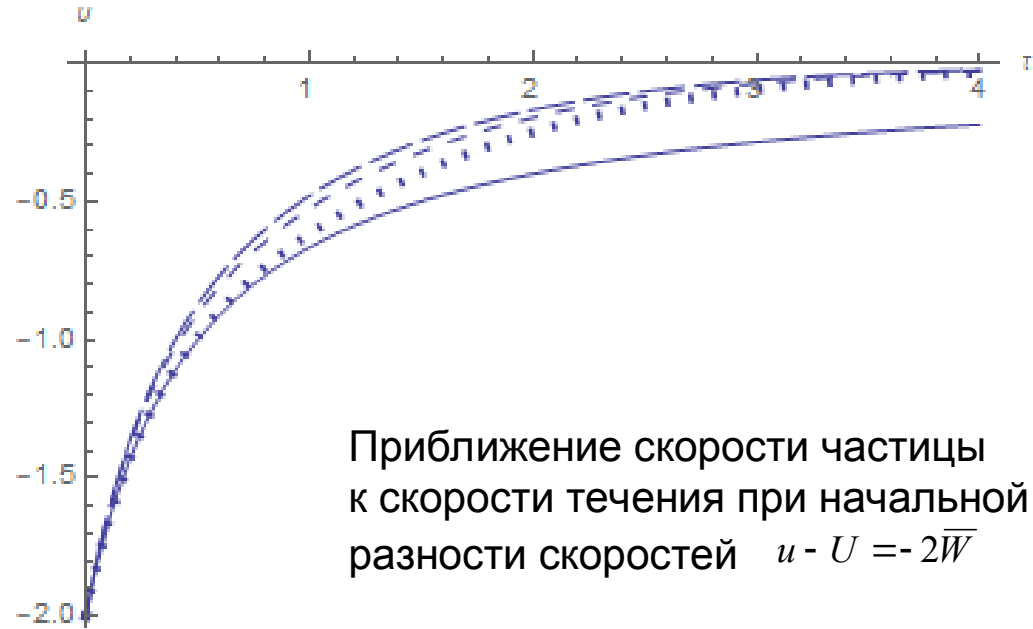
$$\bar{W} = 10 \text{ м/с}$$

Двумерная задача

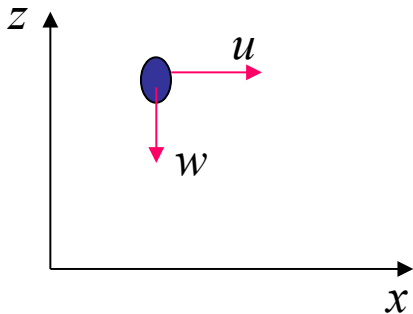
$$\begin{cases} \frac{dY}{dt} = -\frac{Y(Y^2 + w^2)^{1/2}}{l} - A(t), \\ \frac{dw}{dt} = -\frac{w(Y^2 + w^2)^{1/2}}{l} - g \end{cases}$$

$$Y \equiv u - U(t)$$

$$l = \bar{W}^2 / g$$



Приближение скорости частицы к скорости течения при начальной разности скоростей $u - U = -2\bar{W}$



Общий результат:

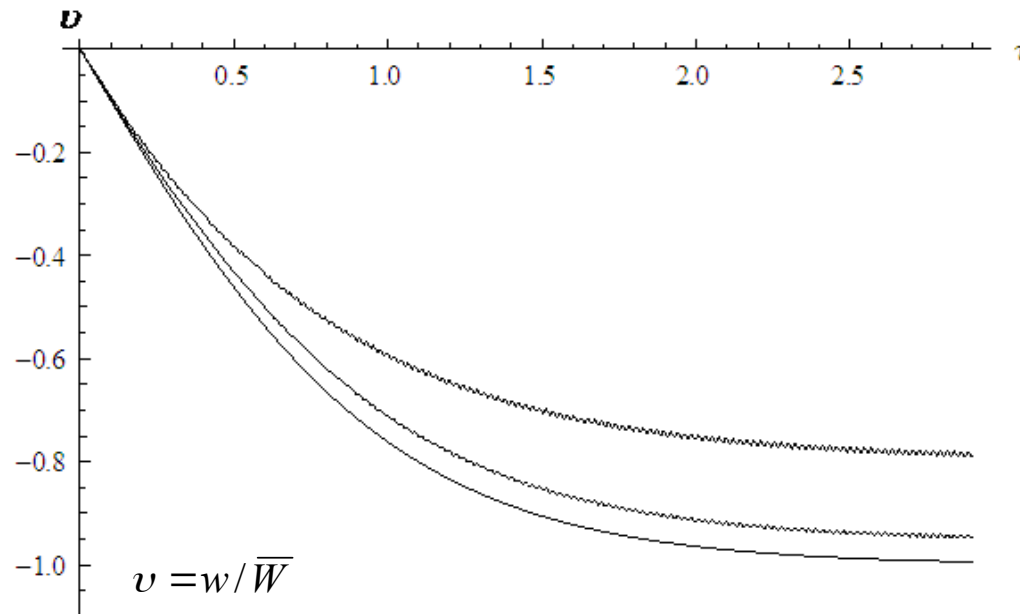
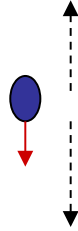
частица разгоняется за

время порядка

$$T = \bar{W} / g$$

«ВИБРАЦИОННОЕ ВЗВЕШИВАНИЕ» ИНЕРЦИОННЫХ ЧАСТИЦ при быстрых колебаниях среды

$$\frac{dw}{dt} = - \frac{[w - W(t)] |v - U(t)|}{l} - g$$



Зависимость безразмерной скорости оседания частицы от времени при $\bar{W} = 7$ м/с, $\omega = 400$ с⁻¹. Нижняя кривая соответствует отсутствию осцилляций, средняя – амплитуде 3 м/с, верхняя – 6 м/с.

Тяжелые частицы в интенсивных вихрях

1. В литературе обращается внимание на то, что доплеровские радары фактически регистрируют не движение воздуха, а движение тяжелых частиц, которое, вообще говоря, отличается от движений воздуха. Движение частиц и их пространственное распределение несут много информации и в оптическом диапазоне. Поэтому приобретает значение вопрос о движении тяжелых частиц при шквальных ветрах и в смерчах в условиях сильного «центрифугирования».
 2. Утверждается, что наличие некоторого количества тяжелых частиц в смерче может заметно влиять на его динамику. Согласно опубликованным оценкам, масса поднятой и переносимой торнадо тяжелой примеси в некоторых случаях может достигать и превышать 10^7 кг.
 3. Наличие в воздухе тяжелых частиц/предметов – фактор, усиливающий ветровой напор на сооружения и другие опасности, связанные со смерчами и шквалами.
-

Dowell D.C., Alexander C.R., Wurman J.M., Wicker L.J. Centrifuging of hydrometeors and debris in tornadoes: Radar-reflectivity patterns and wind-measurement errors // *Mon. Wea. Rev.* 2005. V. 133, N 6. P. 1501–1524. doi:10.1175/MWR2934.1

Ингель Л.Х. О динамике инерционных частиц в интенсивных атмосферных вихрях // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2021. Т. 57. № 6. С. 632-640.

Постановка задачи о движении частицы в смерче

Рассматривается вертикально-однородный вихрь с заданным профилем тангенциальной скорости $V(r)$ (r – расстояние от оси вихря). Рассматривается движение частицы в этом вихре под влиянием центробежных сил и силы тяжести. Существенна также сила гидродинамического сопротивления, причем она нелинейна – зависит от модуля скорости частицы относительно среды.



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du}{dt} = \frac{v^2}{r} - \frac{u|\mathbf{v}|}{l} \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{uv}{r} - \frac{|\mathbf{v} - V(r)||\mathbf{v}|}{l} \\ \frac{dw}{dt} = -g - \frac{w|\mathbf{v}|}{l} \end{array} \right.$$

$$|\mathbf{v}| = \left[u^2 + (v - V)^2 + w^2 \right]^{1/2}$$

Таким образом, задача нелинейна не только из-за наличия центробежных сил, но и вследствие нелинейного гидродинамического сопротивления.

Постановка задачи

$$\frac{du}{dt} = \frac{v^2}{r} - cu$$

$$c = c(\text{Re}) = \frac{|v|}{l}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{uv}{r} - c[v - V(r)]$$

$$|v| = [u^2 + (v - V)^2 + w^2]^{1/2}$$

$$\frac{dw}{dt} = -g - cw$$

$$u = \frac{dr}{dt}$$

u , v , w – радиальная, тангенциальная и вертикальная составляющие скорости частицы

r – радиальная координата частицы

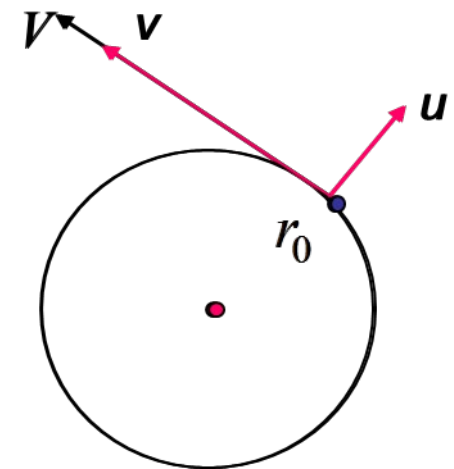
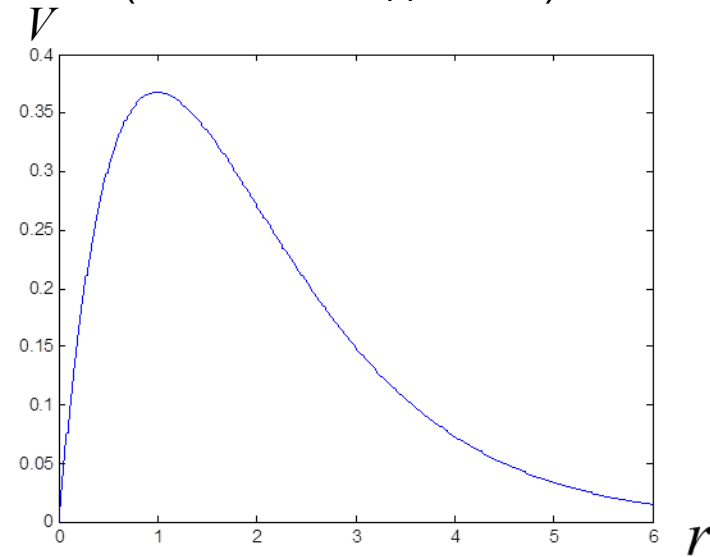
Зависимость от начальных условий во многих ситуациях оказывается слабой, так что они нередко несущественны.

Настоящая работа претендует на эффективный способ приближенного аналитического решения этой «дважды нелинейной» задачи.

Вместо t часто можно пользоваться переменной r :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \frac{dr}{dt} = u \frac{dv}{dr}$$

Радиальный профиль вихря (считается заданным):



Приближенное решение

Можно показать, что для относительно небольших частиц (капель воды размерами до порядка 1 мм) задача допускает существенные упрощения. Прежде всего, несущественны локальные ускорения в двух уравнениях:

$$\left\{ \begin{array}{l} \cancel{u} \frac{d\cancel{u}}{dr} = \frac{v^2}{r} - cu \\ u \frac{dv}{dr} = -\frac{uv}{r} - c[v - V(r)] \\ \cancel{u} \frac{d\cancel{w}}{dr} = -g - cw \end{array} \right.$$

Эти уравнения становятся алгебраическими, и задача допускает приближенное аналитическое решение.

Решение в большой степени определяется безразмерной функцией, которая предполагается известной:

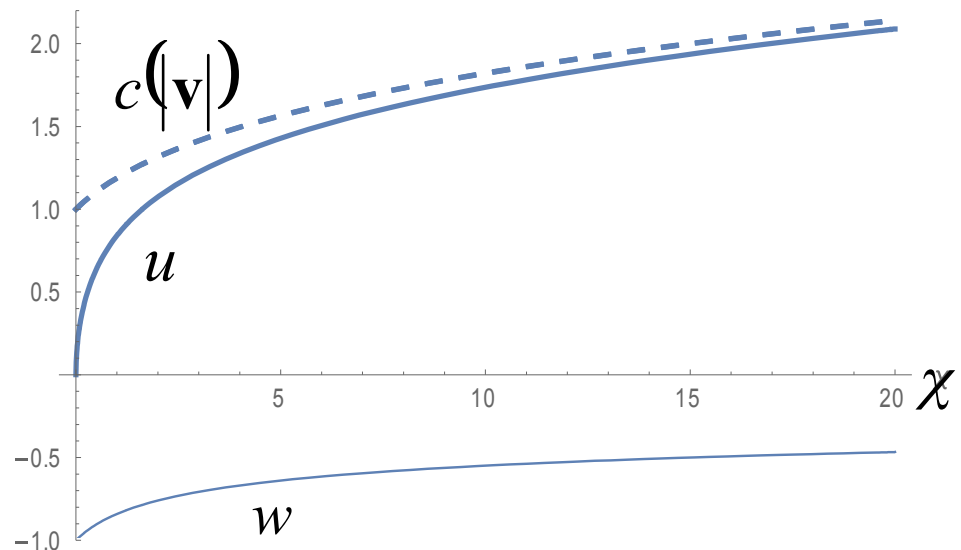
$$\chi(r) \equiv \left[\frac{V^2(r)}{gr} \right]^2$$

Явный вид решения:

$$u \approx \bar{W} \frac{\chi^{1/2}(r)}{(1 + \chi(r))^{1/4}},$$

$$w \approx -\bar{W} \frac{1}{(1 + \chi(r))^{1/4}}, \quad v \approx V(r).$$

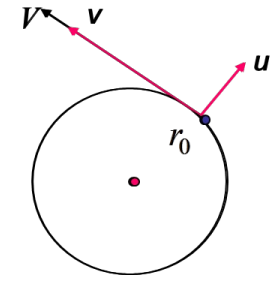
$$c \approx \frac{g}{\bar{W}} (1 + \chi(r))^{1/4}$$



$$\chi(r) \equiv \left[\frac{V^2(r)}{gr} \right]^2$$

$$\frac{u}{w} \approx -\chi^{1/2}(r), \quad \chi(r) \equiv \left[\frac{V^2(r)}{gr} \right]^2, \quad u \approx \left\{ \frac{V[V(r) - v]}{1 + \xi} \right\}^{1/2}, \quad \xi \equiv \frac{dv/dr}{v/r} \approx \frac{dV/dr}{V/r}$$

$$V(r) \approx \left\{ gr \left[\left(\frac{\bar{W}}{w(r)} \right)^4 - 1 \right] \right\}^{1/2} \quad (1)$$



Некоторые следствия:

- Тангенциальная скорость частицы близка к скорости движения среды $V(r)$;
- Радиальная скорость частицы u много меньше, чем тангенциальная v , но много больше модуля разности $v - V$. Радиальная скорость близка по порядку величины к среднему геометрическому V и $v - V$;
- Существует универсальное соотношение между радиальной и вертикальной скоростью;
- Радиальный профиль скорости в вихре $V(r)$ может быть рассчитан по наблюдениям за любой из двух составляющих скорости частицы u, w , например, (1).

Найденное приближенное решение обосновано для $Re < 10^3$ (капли воды размерами до ~ 1 мм). Эти результаты хорошо согласуются с имеющимися в литературе некоторыми более точными численными расчетами.

Сравнение с численными расчетами [1]

[1] Dowell D.C., Alexander C.R., Wurman J.M., Wicker L.J. Centrifuging of hydrometeors and debris in tornadoes: Radar-reflectivity patterns and wind-measurement errors // *Mon. Wea. Rev.* 2005. V. 133, N 6. P. 1501–1524. doi:10.1175/MWR2934.1

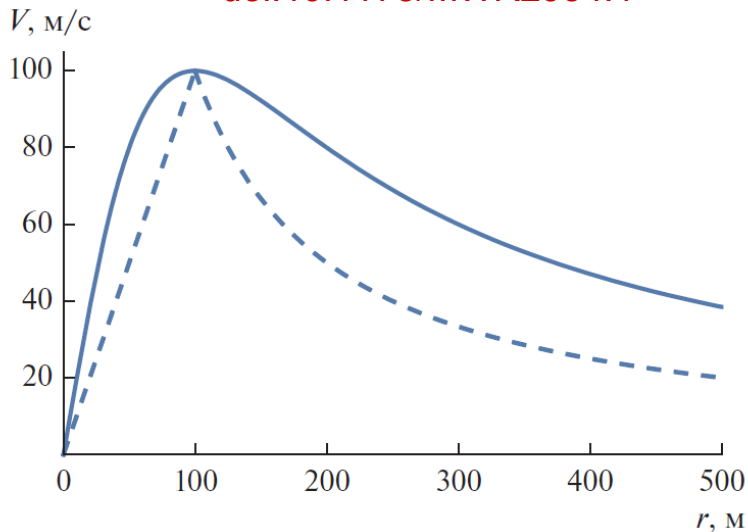


Рис. 2. Примеры радиальных профилей скорости для вихрей Фидлера и Рэнкина (сплошная и штриховая линии соответственно)

В расчетах [1] рассматривается движение в таких вихрях нескольких разных категорий частиц (“объектов”). Сюда относятся, в частности:

- 1) небольшие капли дождя (диаметр порядка 0.5 мм) со скоростью оседания $W = 2$ м/с;
- 2) большие капли дождя (диаметр порядка 5 мм) или мелкий град, $W = 10$ м/с;
- 3) большие градины (диаметр порядка 5 см), а также листы фанеры, $W = 20$ м/с;
- 4) большие осколки, сравнимые по порядку величины с размерами кирпичей, $W = 40$ м/с.

Вихрь Рэнкина (Rankine vortex):

$$V(r) = \begin{cases} V_* r / R, & r \leq R; \\ V_* R / r, & r \geq R. \end{cases}$$

Вихрь Фидлера (Fiedler vortex):

$$V(r) = \frac{2V_* R r}{R^2 + r^2}$$

Расчет «дального переноса» частиц



$$\Delta r \sim \overline{W}^2 / g$$

где \overline{W} - скорость оседания рассматриваемой частицы в покоящейся атмосфере

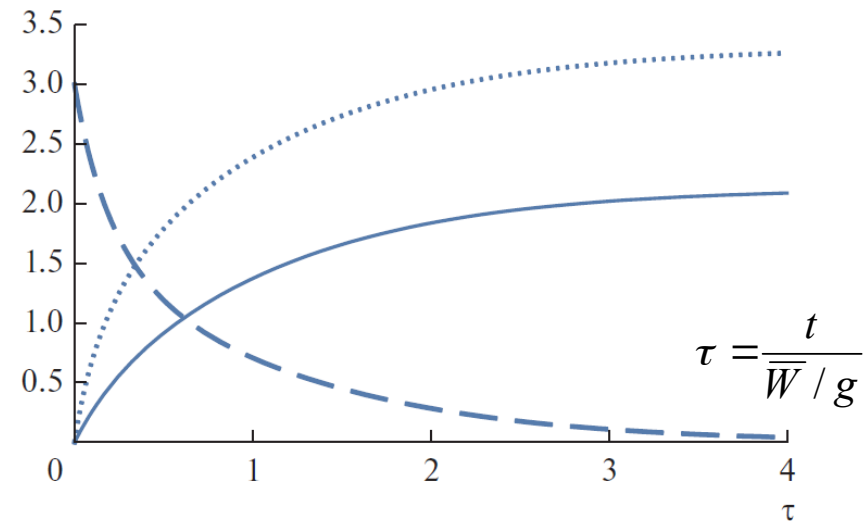


Рис. 4. Безразмерные зависимости от времени радиальной скорости частицы (штриховая линия) и радиального перемещения (сплошная линия) при $|u_0/W| = 3$. Пунктирная линия – путь, пройденный в радиальном направлении при $|u_0/W| = 10$.

В перспективе желательно рассмотреть и деформацию капель:



Заключение

Установлен ряд общих закономерностей переноса интенсивными течениями тяжелых частиц/предметов с учетом нелинейного гидродинамического сопротивления. В частности:

- установлен ряд закономерностей движения гидрометеоров в интенсивных атмосферных вихрях;
- оценено характерное время ускорения инерционных частиц при резких порывах ветра;
- рассмотрен нелинейный механизм «вибрационного взвешивания» тяжелых частиц при быстрых колебаниях среды.

Некоторые публикации:

Ингель Л.Х. О динамике инерционных частиц в интенсивных атмосферных вихрях // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2021. Т. 57. № 6. С. 632-640.

Ингель Л.Х. О динамике концентрации тяжелых частиц в интенсивных вихревых течениях // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58. № 4. С. 396-402.

Ингель Л.Х. Нелинейное взаимодействие двух составляющих движения при осаждении тяжелой частицы в сдвиговом течении // Журнал технической физики. 2012. Т. 82. Вып. 11. С. 122-125.

Спасибо за внимание.



Таблица 1. Максимальные значения трех составляющих скорости переноса различных объектов (частиц) для шести вариантов профиля ветра, соответствующих различным модельным вихрям. В скобках указаны радиусы максимумов скорости. Для сравнения приведены результаты численных расчетов [1] (помечены индексом “[1]”)

Профиль ветра	W , м/с	u_{\max} , м/с	$u_{[1]}$, м/с	V_{\max} , м/с	$v_{[1]}$, м/с	w_{\max} , м/с	$w_{[1]}$, м/с
Fiedler,	2	7.2 (58 м)	7.2 (60 м)	100 (100 м)	99.6 (100 м)	-0.6 (60 м)	-0.6 (70 м)
$R = 100$ м,	10	36.0 (60 м)	28.3 (90 м)	100 (100 м)	91.2 (120 м)	-2.8 (60 м)	-3.2 (80 м)
$V_* = 100$ м/с	20	72.0 (60 м)	38.7 (130 м)	100 (100 м)	74.9 (140 м)	-5.5 (60 м)	-8.5 (120 м)
Rankine,	2	6.3 (100 м)	6.3 (100 м)	100 (100 м)	99.3 (100 м)	-0.6 (100 м)	-0.6 (100 м)
$R = 100$ м,	10	31.5 (100 м)	25.8 (110 м)	100 (100 м)	86.8 (110 м)	-3.15 (100 м)	-3.7 (110 м)
$V_* = 100$ м/с	20	63.0 (100 м)	35.2 (130 м)	100 (100 м)	68.1 (110 м)	-6.3 (100 м)	-10.0 (120 м)
Fiedler,	2	3.5 (60 м)	3.5 (50 м)	50 (100 м)	49.8 (100 м)	-1.1 (60 м)	-1.1 (60 м)
$R = 100$ м,	10	17.6 (60 м)	13.8 (90 м)	50 (100 м)	45.9 (120 м)	-5.4 (60 м)	-6.1 (80 м)
$V_* = 50$ м/с	20	35.2 (60 м)	18.9 (120 м)	50 (100 м)	38.8 (140 м)	-10.8 (60 м)	-14.7 (100 м)
Rankine,	2	3.05 (100 м)	3.1 (100 м)	50 (100 м)	49.7 (100 м)	-1.2 (100 м)	-1.2 (100 м)
$R = 100$ м,	10	15.2 (100 м)	12.4 (110 м)	50 (100 м)	44.0 (110 м)	-6.1 (100 м)	-6.8 (100 м)
$V_* = 50$ м/с	20	30.45 (100 м)	16.9 (120 м)	50 (100 м)	35.8 (110 м)	-12.2 (100 м)	-15.9 (110 м)
Fiedler,	2	5.1 (115 м)	5.1 (120 м)	100 (200 м)	99.8 (200 м)	-0.8 (115 м)	-0.8 (130 м)
$R = 200$ м,	10	25.3 (115 м)	22.1 (150 м)	100 (200 м)	95.4 (220 м)	-3.9 (115 м)	-4.3 (180 м)
$V_* = 100$ м/с	20	50.7 (120 м)	34.0 (210 м)	100 (200 м)	84.8 (260 м)	-7.8 (120 м)	-9.9 (190 м)
	40	101.35 (120 м)	40.9 (300 м)	100 (200 м)	65.1 (320 м)	-15.6 (120 м)	-27.1 (260 м)
Rankine,	20	4.5 (200 м)	4.5 (200 м)	100 (200 м)	99.7 (200 м)	-0.9 (200 м)	-0.9 (190 м)
$R = 200$ м,	10	22 (200 м)	19.9 (210 м)	100 (200 м)	92.7 (210 м)	-4.4 (200 м)	-4.7 (200 м)
$V_* = 100$ м/с	20	44.3 (200 м)	30.9 (240 м)	100 (200 м)	79.0 (220 м)	-8.85 (200 м)	-11.4 (220 м)
	40	88.5 (200 м)	36.4 (290 м)	100 (200 м)	58.8 (240 м)	-17.7 (200 м)	-30.0 (230 м)