

# Топологические векторные двумерные и трехмерные лазерные солитоны

*Веретенев Н.А., Розанов Н.Н., Федоров С.В.*

*ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург*

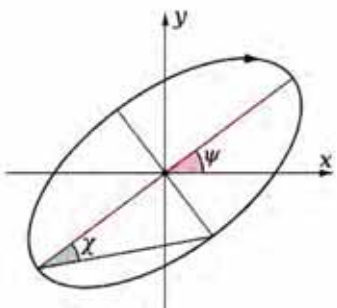
*[nnrosanov@mail.ru](mailto:nnrosanov@mail.ru)*

XXXI Научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике.  
М., 19-20.12.2022

# Скалярные и векторные оптические солитоны. Сингулярности

Электромагнитное поле характеризуется векторами напряженностей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ , то есть является в общем случае векторным. Имеются ситуации, когда доминирует компонента с фиксированным и однородным состоянием поляризации, а другие пренебрежимо слабы. В этом случае поле можно считать скалярным, например,  $\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x$ . В общем случае поляризация эллиптическая и меняющаяся в пространстве и времени.

К настоящему времени лучше изучены скалярные 2D- и 3D-диссипативные (лазерные) солитоны. Векторные солитоны могут быть сконструированы на их основе – одна из задач доклада. Другая задача – построение таких солитонов с векторными (поляризационными) сингулярностями. В плоскости эллипса поляризации он определяется направлением главной оси и направлением вращения вектора  $\mathbf{E}$  по эллипсу со временем. Сингулярности – совокупности точек 3 типов:  
 V-точки –  $\mathbf{E} = 0$ , поляризация не определена;  
 C-точки – не определено направление главной оси, круговая поляризация;  
 L-точки – не определено направление вращения, линейная поляризация.



Огибающая  $\tilde{\mathbf{E}} = \text{Re}[\mathbf{E} \exp(ik_0 z - i\omega_0 t)]$

Параметры Стокса:

$$s_1 = |E_x|^2 - |E_y|^2, \quad s_2 = 2 \text{Re}(E_x^* E_y), \quad s_3 = 2 \text{Im}(E_x^* E_y)$$

$$\psi = \arctan(s_2 / s_1), \quad \eta = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{d\psi}{dl} dl \quad \text{- индекс Пуанкаре}$$

Февраль 2022 г.

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

Том 192, № 2

ОБОЗРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Лазерные солитоны: топологические и квантовые эффекты

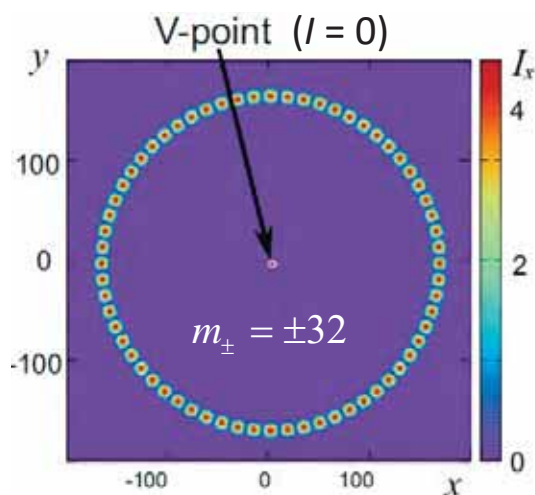
Н.А. Веретенков, Н.Н. Розанов, С.В. Федоров

# Конструирование векторных солитонов. Скалярные солитоны как поляризационные компоненты векторного солитона (2D и 3D)

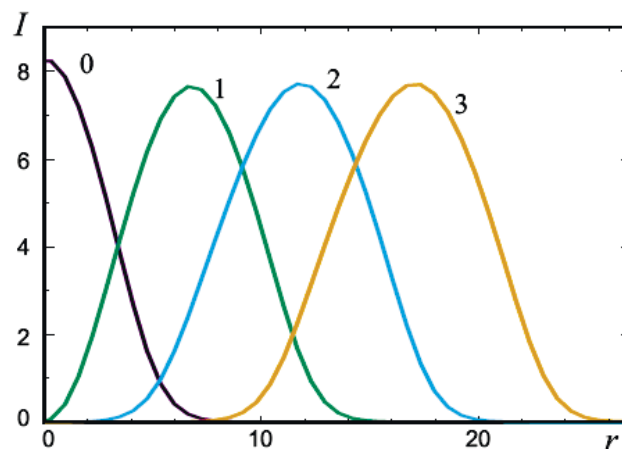
2D-солитоны. Связь декартовых компонент и компонент с круговыми поляризациями  $E_{\pm} = 2^{-1/2}(E_x \pm iE_y)$

$$\frac{\partial E_{\pm}}{\partial t} = (i + d) \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_{\pm} + f_{\pm}(I, \delta I) E_{\pm} \quad I = |E_+|^2 + |E_-|^2 \quad \delta I = |E_-|^2 - |E_+|^2$$

$t$  – время,  $(r, \varphi)$  – полярные координаты  $0 < d \ll 1, \quad \text{Im } f = 0$



$$E_{\pm}(t = 0) = 2^{-1/2} A_{|m_{\pm}|}(r) \exp(im_{\pm}\varphi)$$

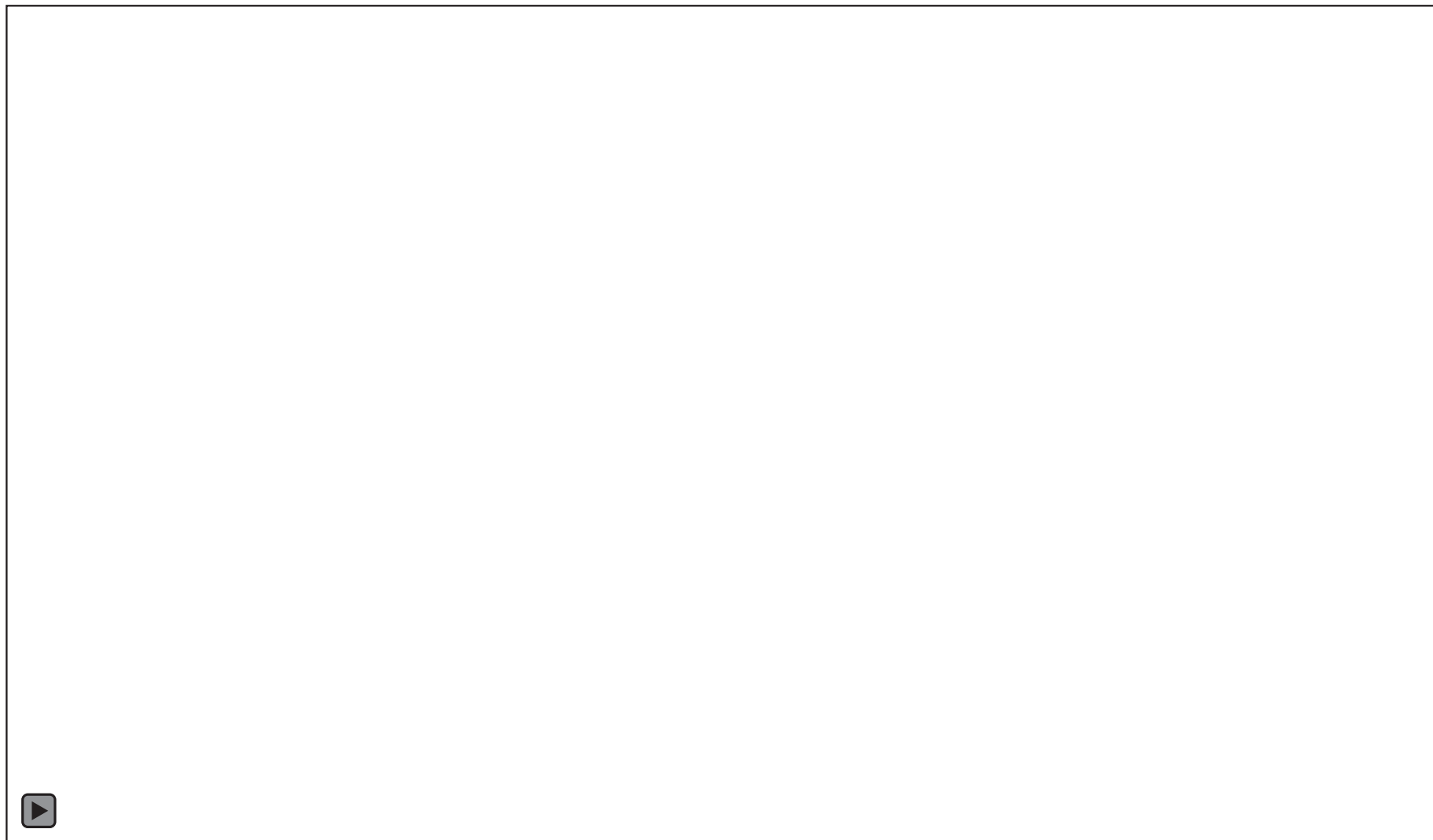


Радиальные профили интенсивности скалярных солитонов с топологическим зарядом  $|m| = 0, 1, 2, 3$

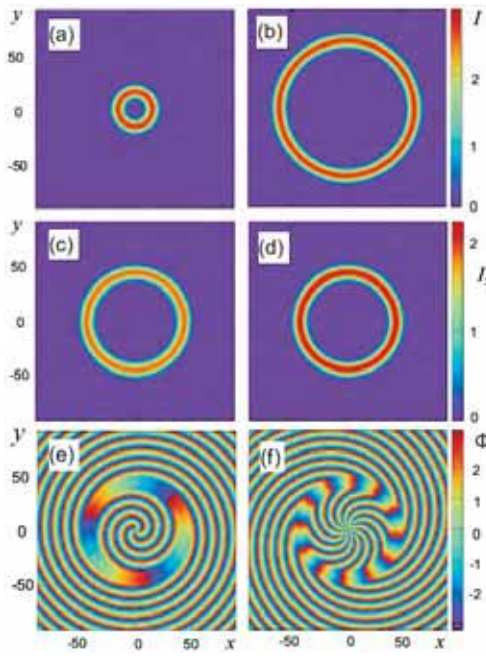
**Эффект взаимоподдержки поляризационных компонент:** векторный солитон устойчив, даже если его компоненты – скалярные солитоны – неустойчивы.

Устойчивость даже при сильных возмущениях\*

$$m_{\pm} = \pm 12$$



# Притяжение колец интенсивности



Порождающие скалярные солитоны

Интенсивности круговых компонент векторного солитона

Профили их фаз

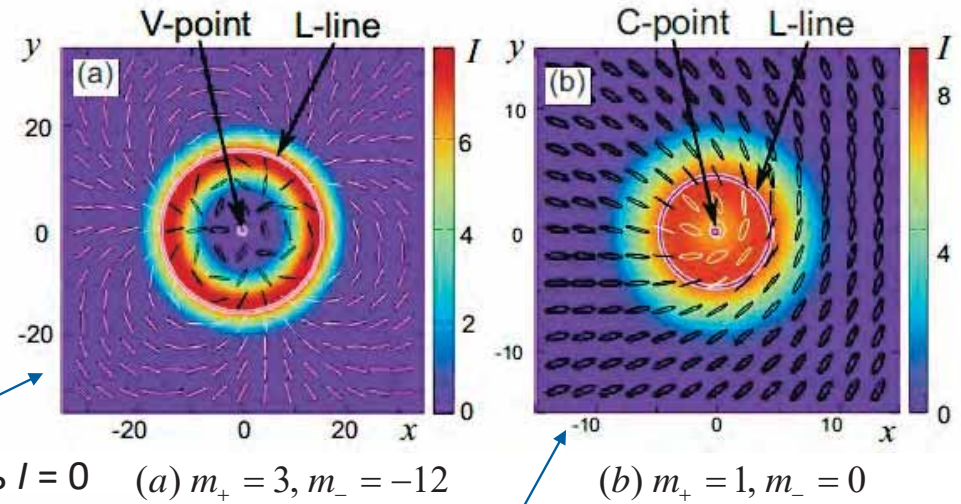
$$m_+ = 3, m_- = -12$$

Бигармонический режим

L-линия при  $r = r_L$

Для векторных солитонов с осесимметричным распределением интенсивности индекс Пуанкаре  $\eta = (m_+ - m_-) / 2$

V-точка: интенсивность  $I = 0$

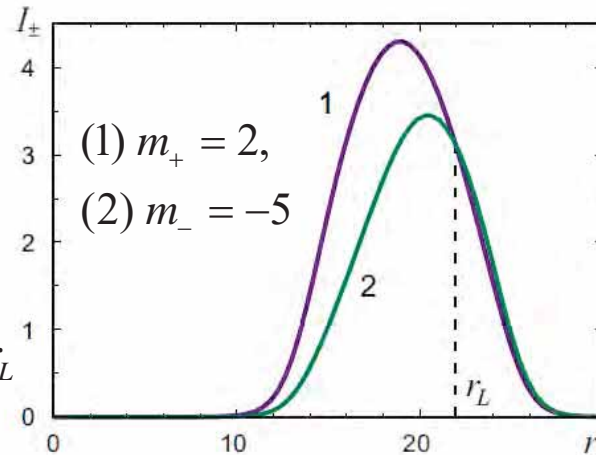


(a)  $m_+ = 3, m_- = -12$

(b)  $m_+ = 1, m_- = 0$

C-точка: круговая поляризация, индекс Пуанкаре =  $\frac{1}{2}$ .

L-линии: линейная поляризация. Поляризационные эллипсы белые (черные) для право- (лево-)сторонней поляризации. При пересечении L-линии их цвет меняется.



(1)  $m_+ = 2,$

(2)  $m_- = -5$

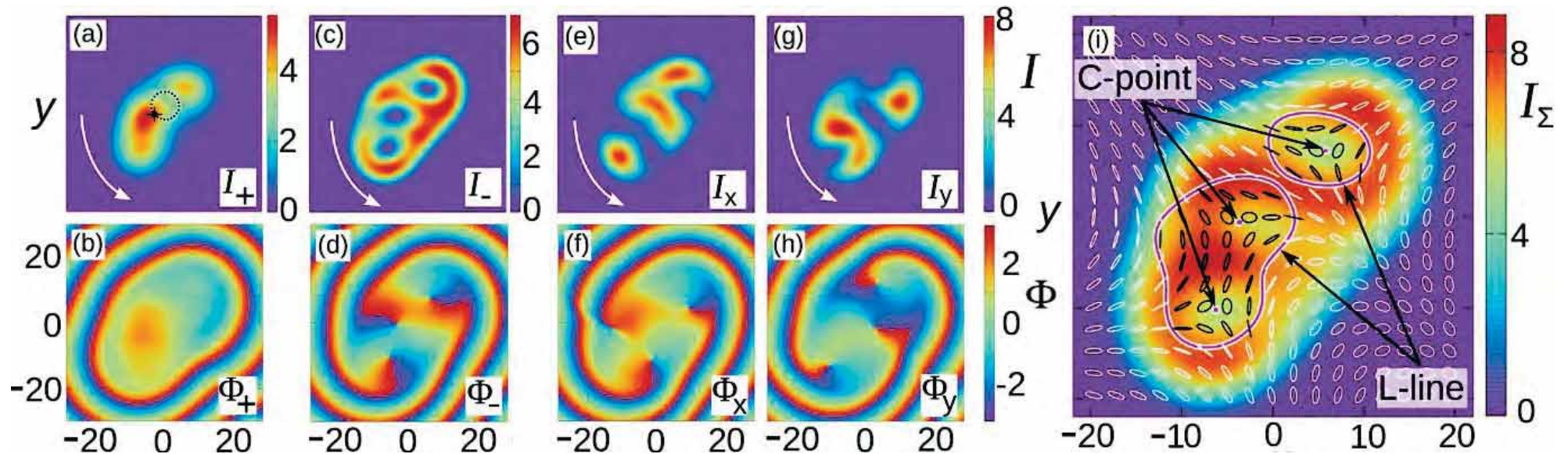


# Асимметричные векторные солитоны

Центры исходных (порождающих) скалярных солитонов раздвинуты

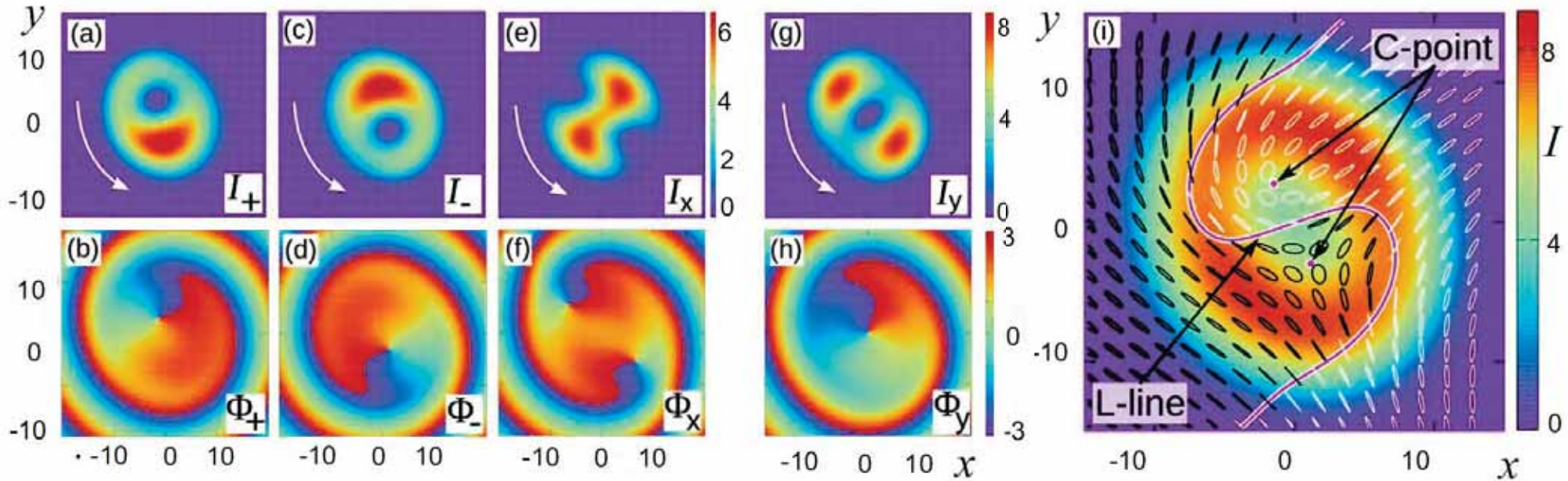
$$m_+ = 0,$$

$$m_- = 3$$



Transverse distributions of intensities (a,c,e,g) and phases (b,d,f,h) for the field envelopes circular (a-d) and Cartesian (e-h) polarization components; (i) transverse polarization structure with three C-points and two closed L-lines. Topological indices  $m_+ = 0$ ,  $m_- = 3$ . Total Poincaré index  $\eta = -3/2$ . Dashed circle in (a) is the trajectory of the center of total intensity distribution. Parameters:  $g_0 = 2.117$ ,  $d = 0.1$ ,  $\varepsilon_J = 0.04$ ,  $\tau_{a,g} = 0$ .

# Комбинированная симметрия



Topological indices  $m_+ = m_- = 1$ , with non-coinciding centers. Total Poincare index  $\eta = 0$ . Transverse distributions of intensities (a,c,e,g) and phases (b,d,f,h) for the field envelopes circular (a-d) and Cartesian (e-h) polarization components; (i) transverse polarization structure with two C-points and one unclosed L-line (infinite). Parameters:  $g_0 = 2.1$ ,  $d = 0.1$ ,  $\varepsilon_J = 0.04$ ,  $\tau_{a,g} = 0$ .

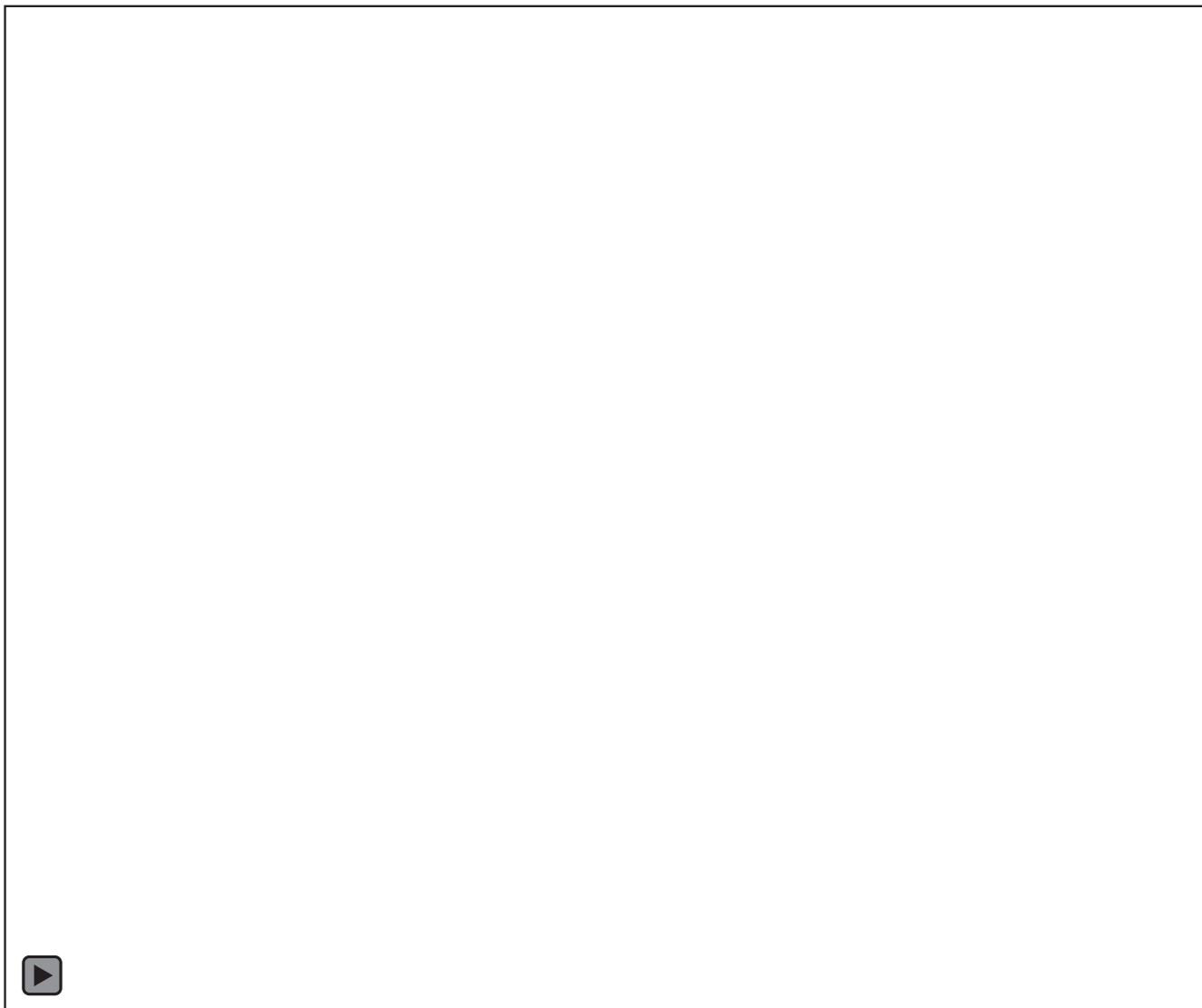
Асимметричные распределения интенсивностей и потоков энергии. Но симметрия к инверсии появляется при одновременной перестановке компонент  $E_+ \leftrightarrow E_-$ . Поэтому вращение вокруг неподвижного центра.

# Формирование асимметричного солитона из-за неустойчивости симметричной структуры\*

Исходная структура

$$m_+ = 3, m_- = 0$$

неустойчива. В переходном  
процессе симметрия постепенно  
снижается. Результирующий  
солитон асимметричен, «лунное»  
движение.  $W$  – полная мощность.





# Анизотропная среда

Механические напряжения вызывают различие потерь ( $R$ ) и показателя преломления ( $\Theta$ ) для декартовых поляризационных компонент излучения

$$\frac{\partial E_{\pm}}{\partial t} = (i + d) \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_{\pm} + (R - i\Theta) E_{\mp} + f_{\pm}(I, \delta I) E_{\pm}.$$

$$I = |E_+|^2 + |E_-|^2 \quad \delta I = |E_-|^2 - |E_+|^2$$

Для изотропной среды  $R = \Theta = 0$ . При анизотропии связь компонент «когерентная» (есть зависимость от разности их фаз). Далее считаем  $R = 0$ ,  $m_{\pm} = \pm 1$ .

# Режим захвата частот

Х. Гюйгенс, 1665  
Пара маятниковых часов на общей балке



$$E_{\pm}(t=0) = 2^{-1/2} A(r) \exp(\pm i\varphi) \quad \Theta < \Theta_{\text{thr}}$$

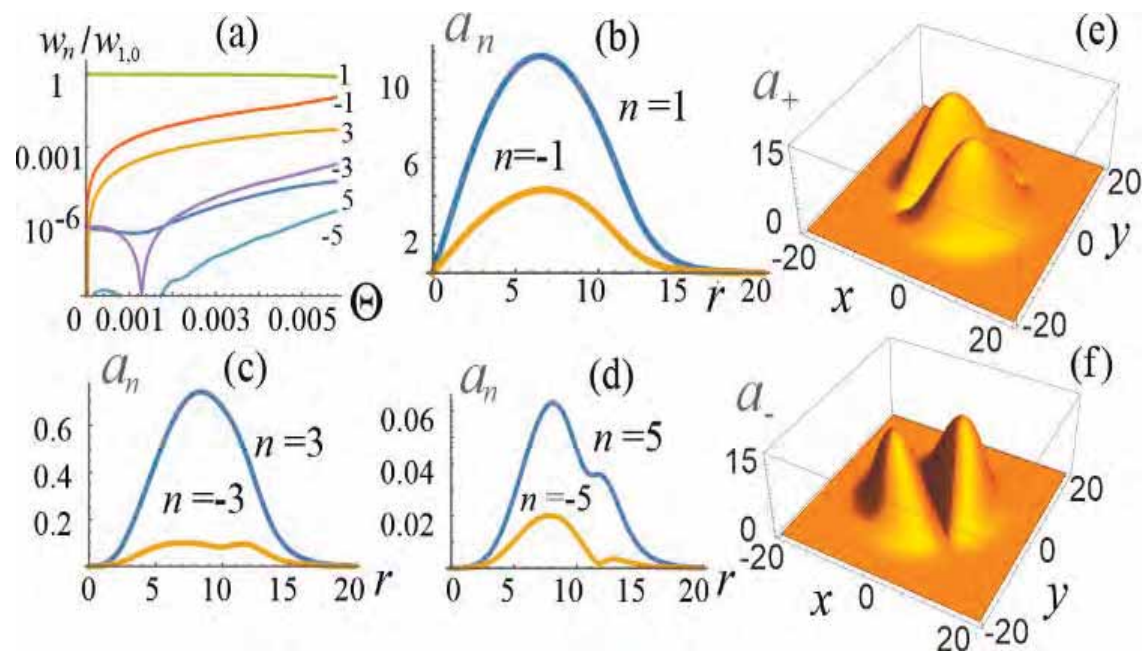
Разложение по угловым гармоникам

$$E_{\pm}(r, \varphi) = \sum_n A_{\pm, n}(r) \exp(in\varphi), \quad w_{\pm, n} = 2\pi \int_0^{\infty} |A_{\pm, n}(r)|^2 r dr$$

В пренебрежении высшими гармониками

$$E_+ = A \exp(i\varphi) + B \exp(-i\varphi)$$

$$m = \begin{cases} 1 & (|A| > |B|) \\ 0 & (|A| = |B|) \\ -1 & (|A| < |B|) \end{cases}$$

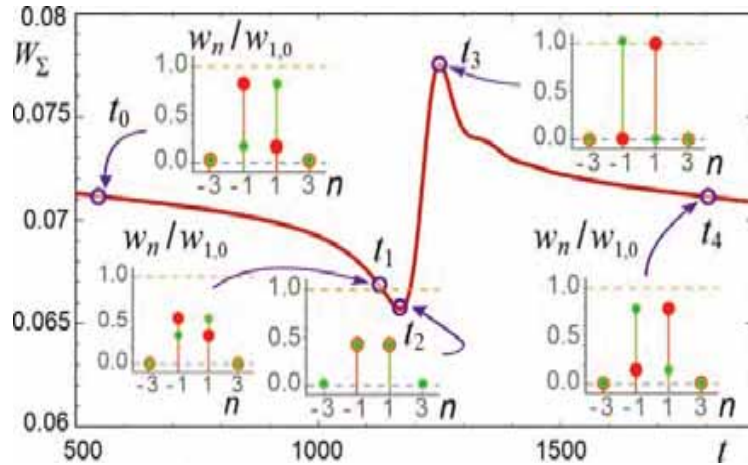


$$a_n(r) = 2\pi |A_{+, n}(r)|$$

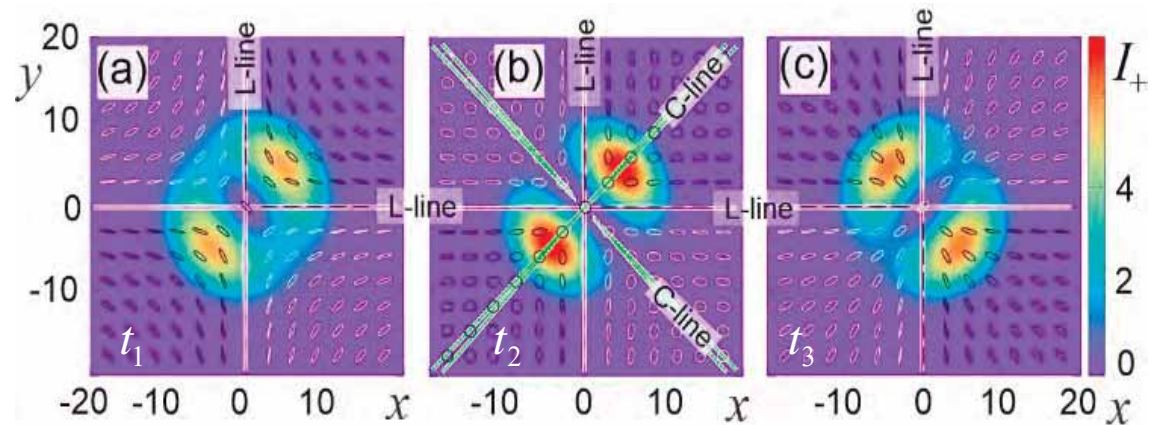
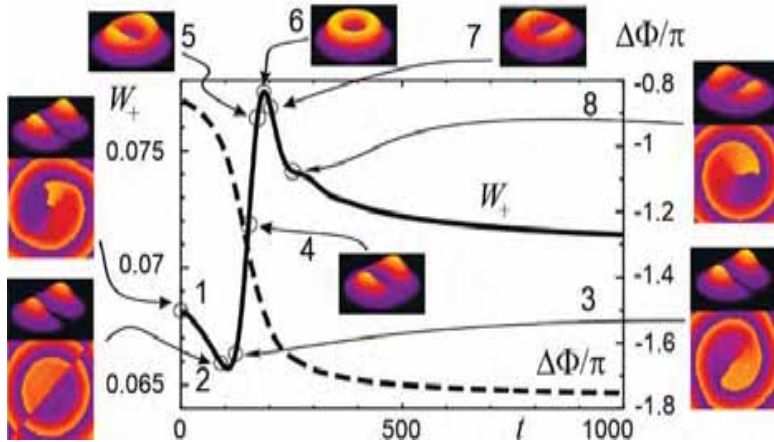
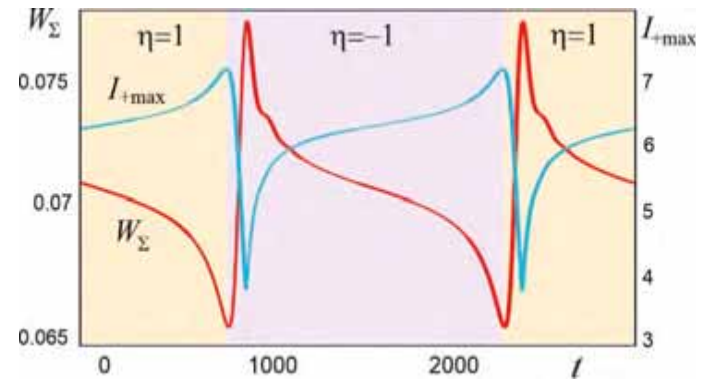
# Вне области захвата

$$\Theta > \Theta_{thr}$$

Вблизи границы – периодическое изменение со временем топологических характеристик (топологического заряда компонент и индекса Пуанкаре)



Интенсивности угловых гармоник. Зеленые кружки (+), красные (-)



Временное изменение поляризационной структуры вблизи смены топологических характеристик

# Формирование векторного солитона импульсом внешнего излучения\*

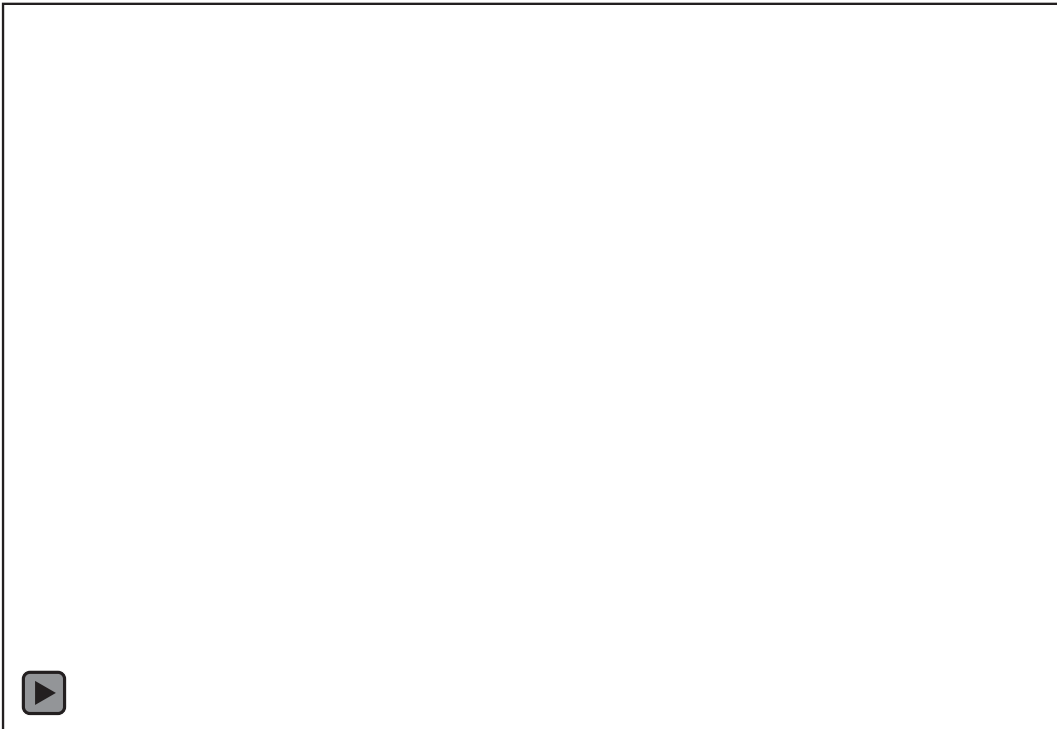
$$m_+ = 8, m_- = -7$$

Малая амплитуда  
внешнего излучения.  
До его включения –  
устойчивый  
безгенерационный  
режим  $I = 0$  (жесткое  
возбуждение  
генерации).



# 3D-векторные лазерные солитоны. Пример: симметричный солитон

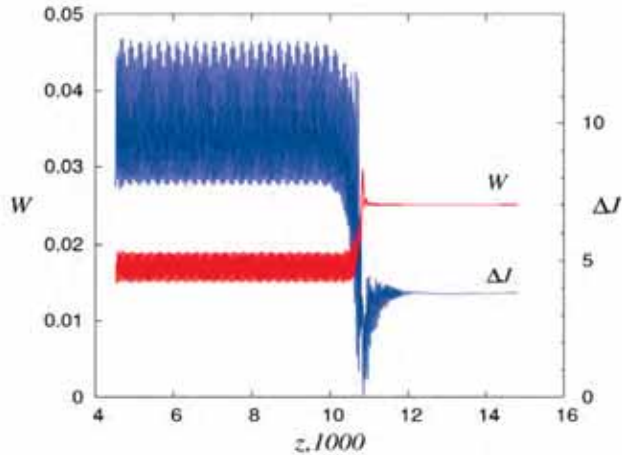
Порождающие солитоны: для круговых компонент берутся торы, построенные вращением 2D-вихревых солитонов с топологическими зарядами  $m_+ = +1$ ,  $m_- = -1$ , оси которых направлены под углом друг к другу.



Установление суперсимметричного солитона.  
Поверхности уровня интенсивности 0.2

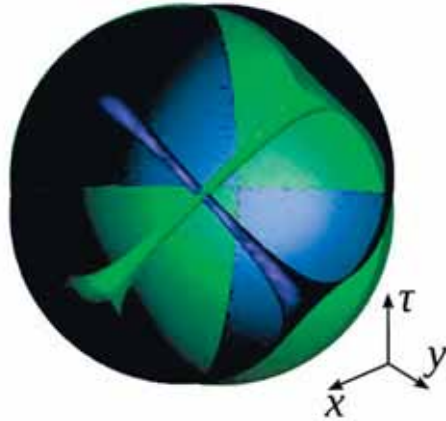


# Симметричный солитон



Установление полной энергии  $W$  и разности двух главных моментов «тензора инерции»

Солитон вращается с постоянной угловой скоростью вокруг произвольной оси (изотропный случай).

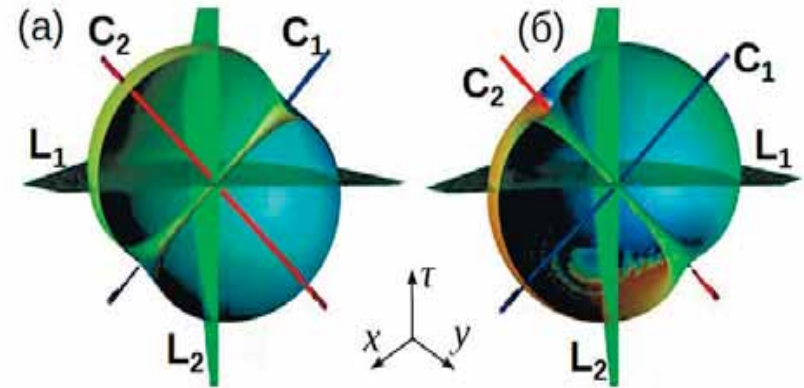


Поверхности постоянной интенсивности круговых компонент, показывающие две пересекающиеся С-линии

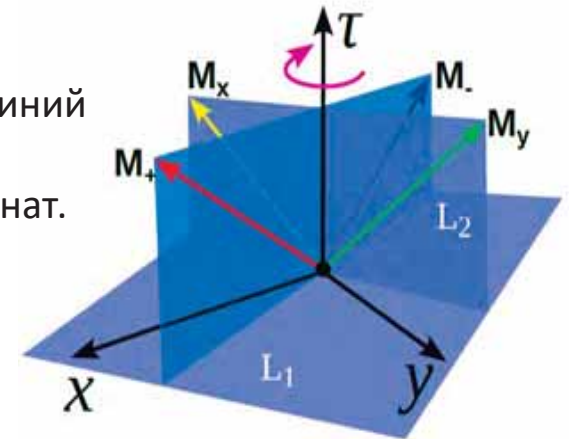
Мгновенное расположение L-плоскостей и С-линий для круговых и вихревых для декартовых компонент солитона). V-точка в начале координат.

«Тензор инерции»

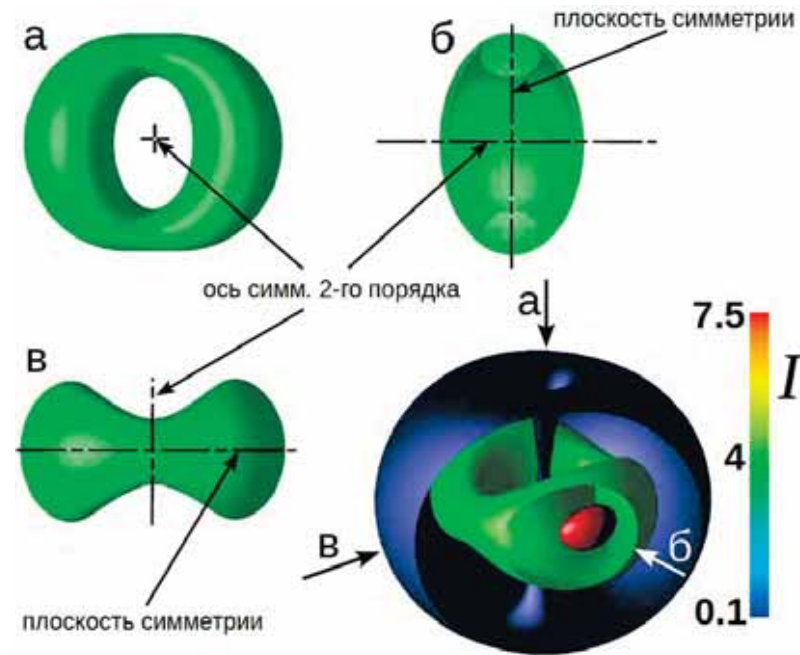
$$J_{ij}(z) = \int (r_i^2 \delta_{ij} - r_i r_j) I(\mathbf{r}_3, z) d\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_3 = (x, y, \tau)$$



Две С-линии и две L-плоскости. В пересечении прямых С-линий – V-точка (интенсивность  $I = 0$ ). L1 - плоскость симметрии интенсивности. (а) и (б) отличаются только ракурсом.



# Симметрия $I_{\pm}$



Изоповерхности интенсивности круговых компонент в трёх проекциях по уровню 0.1 и общий вид в изометрии по трём уровням (0.1, 4 и 7.5).

# Заключение\*

- 2D- и 3D-диссипативные (лазерные) векторные (поляризационные) солитоны могут быть построены на основе 2D- и 3D-скалярных солитонов.
- Примечательно свойство «взаимоподдержки» поляризационных компонент векторных лазерных солитонов. Для них сравнительно легко реализуются широкий набор топологических индексов, который практически невозможен для скалярных солитонов (с фиксированной поляризацией).
- В изотропной среде дополнительная симметрия  $E_+ \leftrightarrow E_-$  влияет на выбор варианта «эйлерова» движения «жестких» (твердотельных) солитонов.
- Экспериментальное формирование векторных лазерных солитонов в силу повышенной устойчивости в определенном смысле проще, чем для скалярных солитонов.
- Наличие продемонстрированных поляризационных сингулярностей повышает «прикладную ценность» векторных лазерных солитонов применительно к информационным задачам.

**Спасибо за внимание!**