

XXVIII Научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике

Конференц-зал Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН,
Нахимовский пр-т. 36, ст. метро «Профсоюзная»
16-17 декабря 2019 г.

КРАТКИЕ АННОТАЦИИ ВЫСТУПЛЕНИЙ

Алексеева Е.С., Рассадин А. Э.	5
Построение модифицированной теории модуляции Уизема для уравнения sh-Гордона	5
Архипов М.В., Архипов Р.М., Розанов Н.Н.	6
Электрическая площадь импульсов и предельно короткие импульсы	6
Ахметьев П.М.	7
Квадратичные магнитные спиральности и уравнение среднего магнитного поля.....	7
Балакин А.А., Левин Д.С., Скобелев С.А.	8
Рамановская компрессия лазерных импульсов в плазме, создаваемой со стороны	
затравочного импульса	8
Балакин А.А., Литвак А.Г., Скобелев С.А.	9
Когерентное распространение и усиление интенсивных волновых пучков в	
деформированном многосердцевинном волокне	9
Богданов Л.В.	10
Матричное расширение системы Манакова-Сантини и интегрируемая киральная	
модель на фоне геометрии Эйнштейна-Вейля	10
Бондур В.Г., Серебряный А.Н., Замшин В.В.	11
Солитоны внутренних волн на шельфе Черного моря: наблюдение волн рекордных	
амплитуд.....	11
Быков Ф.Л., Гордин В.А.	12
Комплексный коэффициент турбулентного обмена и поворот направления ветра в	
приземном слое атмосферы. Вариационно-статистический подход.....	12
Вакуленко Н.В., Сонечкин Д.М.	14
Дирижеры изменений теплосодержания Северной Атлантики	14
Вергелес С.С., Колоколов И.В., Огородников Л.Л.	15
Механизм поддержания столбовых когерентных вихрей мелкомасштабными	
флуктуациями в трёхмерной вращающейся жидкости	15
Власова С.С.	16
Точные решения уравнений естественной конвекции при локализованном нагреве	
плоского слоя вязкой несжимаемой жидкости	16

Гелаш А.А., Мулляджанов Р.И.	17
Природа аномальных численных ошибок прямой задачи рассеяния	17
Геоджаев В.	18
Некоторые теоретические обоснования метода DIA.....	18
Голдобин Д.С., Тюлькина И.В., Клименко Л.С., Пиковский А.....	19
Ансамбли осцилляторов с шумом за рамками теории Отга-Антонсена – подход круговых кумулянтов.....	19
Гончаров В.П.	20
Пальцевая неустойчивость границы раздела в ионосферной плазме	20
Диденкулова Е.Г.	21
Особенности взаимодействия бризеров внутренних волн в стратифицированном океане	21
Доброхотов С.Ю., Миненков Д.С., Назайкинский В.Е.	22
Формальные асимптотические решения нелинейной задачи о двумерном накате длинных волн на берег.....	22
Дремов С.В., Качулин Д.И., Дьяченко А.И.	23
Волновая турбулентность в системе суперкомпактных уравнений для одномерных волн на воде, распространяющихся в обоих направлениях.....	23
Дружинин О.А.	24
Исследование потоков явного и скрытого тепла между каплями и воздухом в атмосферном погранслое над водной поверхностью с помощью прямого численного моделирования.....	24
Ермишкин В.А., Кудрявцев Е.М., Минина Н.А., Дацкевич Н.П.	25
Уточнение картины распространения в плоском Си-эллипсе уединённых волн, возбуждённых лазерным импульсом (с использованием 2-х экспериментальных методов).....	25
Ефимов В.Б., Орлова А.А.	26
Формирование квантовых вихрей в длинном капилляре в сверхтекучем гелии	26
Журавлева Е.Н., Зубарев Н.М., Зубарева О.В., Карабут Е.А.	27
Алгоритм построения точных решений плоской нестационарной задачи о движении жидкости со свободной границей.....	27
Иванов С.К., Камчатнов А.М.	28
Эволюция интенсивных световых импульсов в нелинейной среде с учетом эффекта Рамана.....	28
Ильин А.С., Зыбин К.П., Сирота В.А.	29
Системы типа «Реакция-Диффузия» в случайном поле скоростей.....	29
Ингель Л.Х.	30
О нелинейной динамике массивных частиц в смерчах	30
Калашник М.В., Курганский М.В., Кострыкин С.В.	31
Неустойчивость поверхностного периодического течения и режим нелинейных осцилляций.....	31
Камчатнов А.М.	32
Задача Ландау-Халатникова в релятивистской гидродинамике.....	32
Качулин Д.И., Дремов С.В., Гелаш А.А.	33
Статистика парных столкновений когерентных волновых структур на поверхности глубокой воды.....	33
Киселев В.В., Расковалов А.А., Баталов С.В.	34
Солитоны в доменной структуре ферромагнетика с анизотропией типа “легкая ось”.....	34
Клиньшов В.В., Franovic I.	35
Коллективная динамика неоднородной популяции активных элементов.....	35

Короткевич А.О.	36
Comparison of Split-Step and Hamiltonian Integration Methods for Simulation of the Nonlinear Schrödinger Equation.....	36
Кузнецов Е.А., Каган М.Ю., Турлапов А.В.	37
Квазиклассическое расширение квантовых газов в вакуум.....	37
Маевский Е.В., Малова Х.В., Кислов Р.А., Попов В.Ю., Петрукович А.А., Хабарова О.В., Зеленый Л.М.	38
Механизм образования множественных токовых слоев в гелиосферном плазменном слое	38
Маслов Е.М., Кутвицкий В.А.	39
Осцилляции гравитационного сдвига частоты светового сигнала из центра бризероподобного гало тёмной материи.....	39
Мулладжанов Р.И., Гелаш А.А.	40
Прямая задача рассеяния для больших волновых полей	40
Нейштадт А.И., Артемьев А.В., Тураев Д.В.	41
Разрушение адиабатической инвариантности в динамике заряженных частиц вблизи нулевой линии магнитного поля.....	41
Оладышкин И.В., Фадеев Д.А., Шишкин Б.В., Юнин П.А., Миронов В.А.	42
Связь терагерцового отклика и лазерной абляции металлов в фемтосекундном режиме	42
Пелиновский Е.Н., Кокорина А.В., Слюняев А.В., Tobish E.	43
«Модульное» уравнение Кортевега-де Вриза	43
Полников В., Ма Х., Цяо Ф., Чанг Ш.	44
Эволюция спектров механических и ветровых волн в большом лотке	44
Пушкарев А.Н., Захаров В.Е.	45
Нелинейное лазеро-подобное усиление океанских волн в проливах	45
Романова Н.Н., Чхетиани О.Г., Якушкин И.Г.	46
О когерентных и стохастических структурах в гидродинамических течениях со сдвигом скорости	46
Рубан В.П.	47
Оптимальная динамика сферического сквирмера в Эйлеровом описании	47
Сибгатуллин И.Н., Ерманюк Е.В., Boury S., Maas L., Dauhois T.	48
Волновые аттракторы и волновая турбулентность.....	48
Синкевич О.А.	49
О неустойчивости электрически заряженной границы двухфазного грозового облака и турбулентной атмосферы	49
Слюняев А.В.	50
Когерентные структуры и аномальная статистика трехмерных морских волн	50
Теодорович Э.В.	51
Функциональная формулировка статистической теории турбулентности	51
Турлапов А. В.	52
Квантовые эффекты при гидродинамическом разлёте ультрахолодных бозе- и ферми- газов.....	52
Ушаков В.Н.	53
Некоторые задачи управления нелинейными динамическими системами	53
Чаликов Д.В.	54
Ускоренное моделирование трёхмерных волн на основе полных уравнений потенциального движения.....	54
Шармар В.Д., Шабанов П.А., Бадулин С.И., Григорьева В.Г., Карпов И.О.	55

Теории размерности и волновой турбулентности в задаче об альтиметрической поправке на состояние морской поверхности	55
Agafontsev D.S., Randoux S., Suret P.	56
Rogue waves emerging from incoherent wave source of high nonlinearity	56
Buchstaber V.M., Mikhailov A.V.	57
Symmetric powers, commuting polynomial Hamiltonians and Hydrodynamic type systems	57
Corpini F., Гриневич П.Г., Santini P.M.	58
Влияние малой диссипации на повторяемость аномальных волн в нелинейном уравнении Шредингера.....	58
Dryuma V.	59
The Ricci flat metrics in theory of the Navier-Stokes equations	59
Dyachenko A.I., Dyachenko S.A., Lushnikov P.M., Zakharov V.E.....	60
Short branch cut approximation in 2D hydrodynamics with free surface.....	60
Savin S., Lyahov, V.V., Neshchadim V.M., Wang C., Legen L.	61
Linear harmonics and their nonlinear interlinks at outer magnetospheric boundaries by 3-wave nonlinear cascades	61

Алексеева Е.С., Рассадин А. Э.

Построение модифицированной теории модуляции Уизема для уравнения sh-Гордона

Е.С. Алексеева

Лаборатория бесконечномерного анализа и математической физики механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: kometarella@mail.ru

А.Э. Рассадин

Лаборатория бесконечномерного анализа и математической физики механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: brat_ras@list.ru

В докладе модифицированная теория модуляции Уизема (см. [1] и ссылки там) применяется к уравнению sh-Гордона:

$$v_{tt} - v_{xx} + shv = 0, \quad -\infty < x < +\infty. \quad (1)$$

С помощью квазилинейного уравнения переноса эта теория описывает распространение локальной энергии волны только в одном направлении (см. [1] и библиографию там).

Однако, вообще говоря, уравнение (1) должно быть снабжено начальными условиями:

$$v(x,0) = v_0(x), \quad v_t(x,0) = v_1(x), \quad (2)$$

следовательно, у его решения существуют волны, бегущие как направо, так и налево.

Таким образом, этот доклад представляет собой предварительное исследование, необходимое для прояснения вопроса о распределении полной энергии системы (1), определяемой функциями (2), между волнами, распространяющимися как в прямом направлении, так и в обратном.

Авторам доклада представляется, что ответ на этот вопрос может быть получен сравнением точного решения задачи Коши (1)-(2) в рамках метода обратной задачи рассеяния с асимптотическим решением уравнения (1) в рамках подхода, предложенного в статье [2].

Для случая линейного уравнения Клейна-Гордона-Фока, которое является линеаризацией уравнения (1), ответ на этот вопрос дан в работе [3].

1. *Алексеева Е.С., Рассадин А.Э.* Модифицированная теория модуляции Уизема для нелинейного уравнения Клейна-Гордона-Фока с простейшим дробно-рациональным потенциалом // *Океанологические исследования.* 2019. Т. 47. № 1. С. 12-14.
2. *Доброхотов С.Ю., Маслов В.П.* Конечнозонные почти периодические решения в ВКБ-приближениях // *Итоги науки и техн. Сер. Современ. пробл. мат.* 1980. Т. 15. С. 3–94.
3. *Алексеева Е.С., Рассадин А.Э.* Сравнение теории модуляции Уизема и точного решения уравнения Клейна-Гордона-Фока на примере волн в электрических однородных цепочках // *Актуальные проблемы физической и функциональной электроники: материалы 22-й Всероссийской молодежной научной школы-семинара (г. Ульяновск, 22-24 октября 2019 года).* – Ульяновск: УлГТУ, 2019. – 329 с. С. 97-99.

Архипов М.В., Архипов Р.М., Розанов Н.Н.

Электрическая площадь импульсов и предельно короткие импульсы

М.В. Архипов¹, Р.М. Архипов^{1,2}, Н.Н. Розанов^{2,3}

¹Санкт-Петербургский государственный университет, 199034, Санкт-Петербург, Россия

²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, 194021 Санкт-Петербург, Россия

³Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова, 199053 Санкт-Петербург, Россия

Электрическая площадь импульса, определяемая соотношением $\mathbf{S}_E(\mathbf{r}) = \int \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) dt$, где \mathbf{E} – напряженность электрического поля, обладает рядом интересных свойств [1]. Прежде всего, оказывается, что именно величина электрической площади предельно коротких импульсов определяет эффективность их воздействия на классические и квантовые микрообъекты (см. ниже). Далее, из электродинамических уравнений Максвелла следует отсутствие ее завихренности: $\text{rot } \mathbf{S}_E = 0$. В одномерной геометрии (плоские волны, распространяющиеся вдоль оси z) последнее соотношение записывается как правило сохранения: $d\mathbf{S}_E / dz = 0$. Указанные соотношения универсальны, то есть справедливы для линейных и нелинейных, изотропных и анизотропных, поглощающих и усиливающих сред. Они позволяют качественно предсказать динамику распространения предельно коротких импульсов и служат тестом корректности упрощенных уравнений динамики таких импульсов. Во-вторых, в вакууме с электрическими зарядами с плотностью ρ в дополнение к уравнению $\text{rot } \mathbf{S}_E = 0$ из уравнений Максвелла следует также уравнение $\text{div } \mathbf{S}_E = 4\pi Q$, где $Q(\mathbf{r}) = \int \rho(\mathbf{r}, t) dt$. Эти уравнения совпадают с уравнениями электростатики с точностью до замен $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{S}_E$ и $\rho \rightarrow Q$, что позволяет использовать известный аппарат для решения задачи определения электрической площади по заданному распределению интегрального заряда Q [2]. В данном сообщении представлен один из примеров такой задачи, демонстрирующий возможность достижения значительной величины электрической площади при ускоренном движении зарядов [3]. Приводятся также варианты преобразования стандартных биполярных импульсов в униполярные в пассивных и лазерных схемах [4].

В заключение представлены результаты анализа ускорения классической заряженной частицы коротким импульсом [5] и возбуждения таким импульсом атома или молекулы [1,6]. То, что результат определяется преимущественно электрической площадью импульса, показывает, что эта величина является важной характеристикой лазерных импульсов и при конструировании ряда установок для получения сверхсильных полей следует ориентироваться на достижение максимальной электрической площади импульсов.

Исследование поддержано грантом программы президиума РАН «Новейшие методы математического моделирования в изучении нелинейных динамических систем», грантом РФФИ 19-02-00312 и грантом РНФ 19-72-00012.

[1] Розанов Н.Н., Архипов Р.М., Архипов М.В. УФН **188** (12), 1347 (2018).

[2] Розанов Н.Н. Опт. спектр. (2019) (в печати).

[3] Розанов Н.Н. Письма в ЖТФ (2019) (в печати).

[4] Архипов Р.М. и др. Письма в ЖЭТФ **109** (10) 9 (2019).

[5] Розанов Н.Н., Высотина Н.В. ЖЭТФ **156** (6 (12)), (2019).

[6] Arkhipov R.M. et al. Optics Letters **44** (5), 1202 (2019).

Ахметьев П.М.

***Квадратичные магнитные спиральности и уравнение
среднего магнитного поля***

Будет рассказано о вычислении полного потока магнитной спиральности среднего магнитного поля, используя локальную формулу для квадратичной магнитной спиральности [1].

[1] Akhmet'ev, Petr M., Candelaresi, Simon and Smirnov, Alexandr Yu. (2017) Calculations for the practical applications of quadratic helicity in MHD. *Phys. Plasmas* 24 (10), 102128.

Балакин А.А., Левин Д.С., Скобелев С.А.

Рамановская компрессия лазерных импульсов в плазме, создаваемой со стороны затравочного импульса

Исследована возможность эффективного подавления паразитного рамановского усиления шумов плазмы за счет распространения фронта ионизации плазмы сонаправленно с усиливаемым импульсом. Подобная схема компрессии при ионизации, производимой усиливаемым импульсом, уже рассматривалась ранее и была показана ее высокая эффективность в одномерном случае. Однако, наличие сильной рефракции на неоднородностях созданной плазмы в трехмерном случае приводит к значительному уменьшению энергетической эффективности и низкому качеству поперечной структуры выходного импульса. Нами предложено создавать плазму дополнительным ионизирующим импульсом, запускаемым с небольшим опережением перед затравочным в том же направлении. При этом усиливаемый импульс движется в уже созданной однородной плазме и не испытывает ионизационной рефракции. Показано, что при задержке между фронтом ионизации и затравочным лазерным импульсом примерно равной двум обратным инкрементам рамановского усиления эффективность рамановского усиления и компрессии будет высокой, как для низких (когда существенна нелинейная дисперсия плазменной волны), так и для высоких концентраций плазмы.

Балакин А.А., Литвак А.Г., Скобелев С.А.

Когерентное распространение и усиление интенсивных волновых пучков в деформированном многосердцевинном волокне

Исследована трансформация противофазного распределения волнового поля при деформации структуры многосердцевинного волокна (МСФ), включая его изгиб и неоднородность усиления в разных сердцевинах. Найдена нелинейная супермода, которая слабо чувствительна к деформациям МСФ в случае мощного излучения. Показано, что неоднородность амплитуды волнового поля в разных сердцевинах уменьшается с ростом полной мощности излучения. В частности, усиление волнового пучка в форме супермоды в активном МСФ даже с сильным различием показателей преломления в сердцевинах приводит к выравниванию амплитуд волнового поля во всех ядрах при мощности, большей найденного критического значения.

Богданов Л.В.

Матричное расширение системы Манакова-Сантини и интегрируемая киральная модель на фоне геометрии Эйнштейна-Вейля

Недавно было доказано (Дунайский, Кругликов и Ферапонтов 2014), что интегрируемая бездисперсионная система Манакова-Сантини (МС) описывает локальную форму общей (2+1)-мерной лоренцевой геометрии Эйнштейна-Вейля. Введено интегрируемое матричное расширение системы Манакова-Сантини и показано, что оно описывает (2+1)-мерную интегрируемую киральную модель в пространстве Эйнштейна-Вейля. Развита схема одевания для расширенной системы МС и построено матричное расширение иерархии МС. Также рассмотрено матричное расширение системы типа Тоды, связанное с другой локальной формой геометрии Эйнштейна-Вейля.

Бондур В.Г., Серебряный А.Н., Замшин В.В.

Солитоны внутренних волн на шельфе Черного моря: наблюдение волн рекордных амплитуд

Бондур В.Г.¹, Серебряный А.Н.², Замшин В.В.¹
¹*НИИ аэрокосмического мониторинга «АЭРОКОСМОС», Москва,*
²*Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва*

При проведении работ осенью 2015 г на черноморском северо-восточном шельфе нами были зарегистрированы внутренние волны, необычность которых обращает на себя особое внимание по следующим соображениям. Впервые за 40 лет наблюдений короткопериодных внутренних волн на Черном море были измерены столь высокие волны с амплитудами 14-16 м. Генерация этих аномальных волн была вызвана проходящим над морем холодным атмосферным фронтом - экспериментальных подтверждений подобного механизма генерации внутренних волн в море до сих пор не было. Наблюдавшиеся внутренние волны имели явно выраженный характер нелинейных солитоноподобных волн.

Цуг внутренних волн необычно больших для Черного моря амплитуд был встречен нами во время подспутниковой съемки, проводимой с моторной яхты, оборудованной акустическим доплеровским профилометром течений (ADCP) "Rio Grande 600 kHz" в акватории близ м. Толстый, и был зарегистрирован на семи разнонаправленных галсах, ориентированных по нормали к берегу. Пакет внутренних волн, встреченный в точке моря с глубиной 33 м, двигался по шельфу на берег по придонному термоклину, при этом сопровождавшие его придонные течения имели северо-западную береговую направленность. В цуг входили четыре волны солитноподобной формы с обостренными гребнями и сглаженными подошвами. Их длины составляли 100-110 м, высоты до 14-16 м, вертикальные скорости в орбитальных течениях, связанных с цугом, достигали 0.15-0.20 м/с. Также было выражено другое свойство нелинейных волн - ранжирование волн в цуге по амплитуде. Прослеживалось на последовательных галсах в течении 2.5 часов не только сохранение солитоноподобной формы внутренних волн, но также сохранение сильной вертикальной компоненты в их орбитальных течениях. Несмотря на то, что цуг двигался по придонному термоклину, воздействие внутренних волн оказались достаточным, чтобы проявиться на спутниковых радиолокационных снимках поверхности моря исследуемого района. Проведенная обработка спутниковых изображений подтвердила параметры волн, измеренные контактными методами. Интересным также был обнаруженный факт долгого сопровождения движущихся по шельфу солитонов внутренних волн стай рыб. Рыбы концентрировались в областях, где происходил вынос внутренними волнами к поверхности из придонных слоев компонентов их кормовой базы.

Быков Ф.Л., Гордин В.А.

Комплексный коэффициент турбулентного обмена и поворот направления ветра в приземном слое атмосферы. Вариационно-статистический подход

*Ф.Л. Быков (Гидрометцентр РФ),
В.А. Гордин (НИУ ВШЭ & Гидрометцентр РФ)*

В 1905г в классических работах Экмана и Аккерблома были построены модели течения в пограничном слое океана и атмосферы. В работах использовались наблюдения, полученные в океане и на Эйфелевой башне. В уравнениях газовой динамики учитывались вертикальная компонента турбулентного перемешивания и ускорение Кориолиса. Зато многими другими слагаемыми пренебрегали. Модель состоит из двух линейных дифференциальных уравнений второго порядка по вертикальной переменной. Верхнее граничное условие – стыковка с ветром в свободной атмосфере (где роль турбулентности мала). Если коэффициент турбулентного перемешивания $k(z)$ постоянный, то система интегрируется явно. Направление ветра от поверхности Земли до свободной атмосферы меняется на 45° .

В последние несколько лет на мировой сети наблюдательных аэрологических станций стали производить и передавать (в специальном коде BUFR) результаты с высоким вертикальным разрешением 10-20м. Накопив заметный (около 10^5 запусков зонда) архив наблюдений за ветром и температурой мы проанализировали соответствие выводам как классических моделей Аккерблома – Экмана, так и их модификаций, связанных с подбором коэффициента турбулентного перемешивания $k(z)$, наилучшим образом, зависящего от вертикальной координаты (а, возможно, и других параметров в столбе атмосферы).

Около половины запусков или вовсе не показали наличие пограничного слоя, или этот слой имел толщину H меньше 100м, что не дает нам возможность качественно построить профиль ветра в этом слое по данным BUFR. Статистика другой половины показала большой разброс угла поворота ветра (вплоть до противоположного направления поворота). Средний поворот составил всего около 15° . Затем мы построили коэффициент турбулентного обмена, наилучшим образом согласующийся с наблюдениями из нашего архива. Помимо зависимости его от вертикальной переменной z , рассматривались и другие варианты. Например, зависимость от относительной высоты z/H , от числа Ричардсона Ri , от вертикального сдвига ветра и т.п. Этот вариационно-статистический подход позволяет уменьшить расхождение дифференциальной модели и данных наблюдений. Однако это расхождение остается весьма заметным. Существенное ограничение при оптимизации – положительность оптимизируемой функции $k(z)$. Нули коэффициента – точки сингулярности системы дифференциальных уравнений, и решение (профиль ветра) там имело бы нефизические особенности.

Затем мы вышли из классической парадигмы и изменили саму модель, добавив в нее вторые производные по вертикали от другой компоненты скорости ветра. В этих новых слагаемых задействован введенный нами второй коэффициент вертикального перемешивания $\gamma(z)$. Другая интерпретация: коэффициент $k(z)$ – комплекснозначный. Такая модель представляет собой наиболее общий вариант, инвариантный

относительно вращения координат вокруг вертикальной оси. Дополнительное преимущество такой модели – не нужно следить за положительностью функции $k(z)$.

Мы проводим совместную оптимизацию обеих функций – коэффициентов вертикального перемешивания, что позволяет существенно уменьшить невязку с архивом наблюдений. По результатам такой оптимизации, дополнительный коэффициент $\gamma(z)$ часто (особенно при устойчивой стратификации) оказывается больше $k(z)$.

Такая модель пограничного слоя может быть использована в моделях прогноза погоды.

Вариационно-статистический подход может быть полезен в различных задачах, где нужно согласовать big data и аналитическую модель.

Ph.L.Bykov, V.A.Gordin. *Big data and inverse problem for Ekman - Akkerblom model*. Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modeling, № 48, pp. 4.5-4.6, 2018.

Вакуленко Н.В., Сонечкин Д.М.

Дирижеры изменений теплосодержания Северной Атлантики

*Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН. Москва
e-mail: dsonech@ocean.ru*

Считается, что изменения теплосодержания Северной Атлантики могут быть источником сюрпризов в эволюции климата, особенно климата Европы. Для исследования этой проблемы служит программа RAPID, предусматривающая мониторинг этого теплосодержания. Однако результаты такого мониторинга охватывают еще слишком короткий интервал времени, чтобы прийти к каким-либо определенным выводам. В связи с этим, с помощью специально разработанной техники кроссвейвлетного преобразования пар временных рядов анализируются изменения средней температуры водной поверхности Северной Атлантики, средней температуры верхнего 100-метрового слоя океана как косвенных характеристик теплосодержания океана, а также изменения теплосодержания в толщах воды 0 – 700 и 0 – 2000 метров. Проводится сравнение динамик всех этих характеристик. Найдено, что во всех случаях хорошо выражено колебание температуры с периодом, близким к 22-летнему периоду цикла Хейла гелиомагнитной активности. В слое 0 – 2000 метров, как и на поверхности океана и в слое 0 – 100 метров, это колебание запаздывает на 2 – 3 года по сравнению с колебанием в слое 0 – 700 метров. В этом последнем слое видны также признаки колебания температуры на супергармонике 1:2 цикла Хейла, т.е. с периодом около 11 лет. Это позволяет думать, что периодические изменения активности Солнца непосредственно влияют на промежуточный слой океана 0 – 700 метров. Оттуда влияние Солнца распространяется как на более глубокий слой 0 – 2000 метров, так и на приповерхностный слой океана. Отклик самого 0 – 700-метрового слоя океана на солнечное воздействие, по-видимому, является неустойчивым. Эта неустойчивость порождает вышеуказанное супергармоническое колебание в этом слое.

Вергелес С.С., Колоколов И.В., Огородников Л.Л.

***Механизм поддержания столбовых когерентных вихрей
мелкомасштабными флуктуациями в трёхмерной
вращающейся жидкости***

Численный счёт [1], аналитические вычисления [2] и эксперимент [3] показали, что в двумерной турбулентности в условиях ограниченной геометрии и непрерывного возбуждения мелкомасштабных вихрей образуются статистически устойчивые крупномасштабные когерентные вихри. Согласно известной "теореме" Прудмана-Тейлора, быстрое вращение (малое число Россби) двумеризует течение трёхмерной жидкости. В недавних экспериментах [4,5] было продемонстрировано, что быстрое вращение приводит к появлению обратного каскада энергии в трёхмерном турбулентном течении. В численном счёте [6] было зафиксировано появление столбовых когерентных вихрей. В нашей работе мы аналитически исследуем возможность существования когерентного вихря в пределе низких чисел Россби и больших чисел Рейнольдса. Для этого мы сначала находим эволюцию мелкомасштабных флуктуаций в рамках теории сильных деформаций (rapid distortion theory) в слабо вязкой жидкости на фоне сильного течения и сдвигового течения, порождённого средним течением вихря (эволюция инерционных волн на фоне сдвигового течения). Затем мы находим перекрёстную корреляционную функцию компонент поля скорости флуктуаций, которая входит в уравнение на среднее течение в когерентном вихре. Мы показываем, что выражение для перекрёстного среднего соответствует передаче кинетической энергии от флуктуаций к среднему течению. При этом мощность, передаваемая флуктуациям в тепло посредством вязкости, оказывается параметрически малой. Мы находим возможный радиальный профиль средней скорости в вихре. Наконец, мы обсуждаем ограничения построенной теории.

- [1] J. Laurie, G. Boffetta, G. Falkovich, I. Kolokolov, and V. Lebedev, "Universal profile of the vortex condensate in two-dimensional turbulence," *Physical review letters* 113, 254503 (2014)
- [2] I.V. Kolokolov and V.V. Lebedev, "Structure of coherent vortices generated by the inverse cascade of two-dimensional turbulence in a finite box," *Physical Review E* 93, 033104 (2016)
- [3] A.V. Orlov, M.Yu. Brazhnikov, and A.A. Levchenko, "Large-scale coherent vortex formation in two-dimensional turbulence," *JETP Letters* 107, 157–162 (2018)
- [4] A. Campagne, B. Gallet, F. Moisy, and P.-P. Cortet, "Direct and inverse energy cascades in a forced rotating turbulence experiment," *Physics of Fluids* 26, 125112 (2014)
- [5] Campagne, B. Gallet, F. Moisy, and P.-P. Cortet, "Disentangling inertial waves from eddy turbulence in a forced rotating-turbulence experiment," *Physical Review E* 91, 043016 (2015)
- [6] K. Seshasayanan and A. Alexakis, "Condensates in rotating turbulent flows," *Journal of Fluid Mechanics* 841, 434–462 (2018)

Власова С.С.

Точные решения уравнений естественной конвекции при локализованном нагреве плоского слоя вязкой несжимаемой жидкости

АО «Казанское ОКБ «СОЮЗ», Казань, sveta040790@yandex.ru

В работе рассмотрены два варианта параболического нагрева, когда задан локализованный нагрев нижней границы или нагрев верхней границы. Таким образом, рассматривается задача о конвекции в плоском горизонтальном слое несжимаемой жидкости с твердой нижней границей и свободной верхней границей. Независимо от места нахождения источника нагрева на верхней границе выполняется условие теплопередачи по закону Ньютона-Рихмана. Исследование проведено в рамках точных (согласно классификации, представленной в работе [1]) решений уравнений конвекции. Поле скоростей является линейным по горизонтальной (продольной) координате. Давление и температура описываются квадратичными формами по продольной координате. Коэффициенты линейных и квадратичных форм зависят от поперечной координаты. Непосредственно в точке экстремума температуры ($Gr = 0$) получено аналитическое решение задачи [2, 3], которое было вычислено при использовании линеаризованных уравнений Навье-Стокса в приближении Обербека-Буссинеска. Линеаризация уравнений осуществлялась нетипичным способом, учитывалась геометрическая анизотропия рассматриваемого слоя, таким образом, использовались два масштаба для координатных переменных. Использование двух масштабов позволяет воспользоваться модифицированным числом Грасгофа при приведении исходных нелинейных уравнений к безразмерному виду. При данных условиях точные решения справедливы для описания жидкости при числах Грасгофа порядка нескольких сотен, а то и тысяч. Подобная оценка для тонких слоев жидкости справедлива как для ламинарных, так и для турбулентных течений.

При анализе полученных аналитических решений выявлены при некоторых ограничениях, связывающих краевые условия и безразмерные параметры, оценки безразмерных чисел, при которых возникают застойные точки и, соответственно, противотечения. Наличие застойных точек влечет за собой появление вихревых зон. Соответственно, рассматриваемое течение является вихревым, получены оценки безразмерных чисел, при которых наблюдаются четыре или шесть незамкнутых вихрей в рассматриваемом сечении исследуемого слоя жидкости. Исследование полей температуры и давления показало, что изолинии температуры независимо от задания краевых условий принимают локально гиперболический или параболический вид. Изолинии давления при некоторых значениях безразмерных чисел могут принимать локально эллиптический вид.

1. Аристов С.Н., Князев Д.В., Полянин А.Д. Точные решения уравнений Навье-Стокса с линейной зависимостью компонент скорости от двух пространственных переменных // ТОХТ. – 2009. – Т. 43. – №5. – С. 547 – 566.
2. Власова С.С., Просвирыков Е.Ю. Конвективное движение охлаждаемой снизу жидкости по параболическому закону при учете теплообмена на свободной границе // Известия высш. учебн. завед. Авиац. техн. 2016. №4. С. 82-87.
3. Vlasova S.S., Prosviryakov E.Yu. Two-dimensional convection of an incompressible viscous fluid with the heat exchange on the free border // Vestn. Samar. Gos. Techn. Un-ta. Ser. Fiz.-mat. Nauki. 2016. V. 20. №3. P. 567-577.

Гелаш А.А., Мулляджанов Р.И.

Природа аномальных численных ошибок прямой задачи рассеяния

А.А. Гелаш^{1,2}, Р.И. Мулляджанов^{3,4}

1. *Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, Новосибирск*

2. *Сколковский институт науки и технологий, Москва*

3. *Институт теплофизики, СО РАН, Новосибирск*

4. *Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

Прямая задача рассеяния лежит в основе метода обратной задачи рассеяния, позволяя определять данные рассеяния нелинейных волновых полей в рамках интегрируемых моделей, таких как нелинейное уравнение Шредингера и уравнение КдВ. В общем случае, прямая задача рассеяния для произвольных волновых полей может быть решена только численно. Как было продемонстрировано нами в работе [1], на примере нелинейного уравнения Шредингера, вычисление данных рассеяния сопряжено с различными численными трудностями. В частности, было обнаружено, что для того, чтобы избежать аномально больших ошибок при вычислении фаз и положений солитонов в сложных волновых полях, необходимо применять арифметику высокой точности.

В данной работе мы изучаем этот вопрос теоретически [2]. Мы демонстрируем, что фундаментальной причиной возникновения данных численных ошибок являются особенности поведения одного из коэффициентов рассеяния (коэффициента b) в комплексной плоскости. Классические работы, посвященные методу обратной задачи рассеяния, ограничиваются утверждением о том, что коэффициент b является целой функцией, если рассматриваемое волновое поле обладает конечным носителем, то есть не равно нулю в конечной области пространства. По причине наличия экспоненциально затухающих хвостов, мульти-солитонные волновые поля, вообще говоря, не обладают конечным носителем и вопрос о поведении коэффициента b в этом случае оставался открытым.

С помощью метода одевания мы вычисляем коэффициент b теоретически для мульти-солитонных волновых полей на конечном большом интервале L и затем рассматриваем предел $L \rightarrow \infty$. Случай конечного L соответствует численной реализации прямой задачи рассеяния на конечном интервале, в то время как предел $L \rightarrow \infty$ представляет теоретический интерес. Обнаружено, что ошибки определения фаз и положений солитонов экспоненциально зависят от L , что приводит к парадоксальной ситуации, когда увеличение исследуемого интервала приводит к принципиальной невозможности произвести численный анализ. В заключении мы демонстрируем, что несмотря на данную фундаментальную особенность прямой задачи рассеяния, волновые поля произвольной степени сложности могут быть достоверно проанализированы. Вычисляя предел $L \rightarrow \infty$ мы получаем явный вид функции b и уточняем ранее известный результат о ее поведении в комплексной плоскости, демонстрируя что она является аналитичной в полосе между 0 и минимальным значением мнимой части среди комплексных координат солитонов.

[1] R. Mullyadzhyanov, and A. Gelash. Direct scattering transform of large wave packets. *Optics Letters*, 44(21), 5298-5301, 2019.

[2] A. Gelash, and R. Mullyadzhyanov. Direct scattering transform: catch soliton if you can. In *preparation*.

Геогджаев В.

Некоторые теоретические обоснования метода DIA

Метод DIA (Discrete interaction approximation), используемый для расчёта нелинейных волновых взаимодействий, представляет собой выделение из всех взаимодействующих квадруплетов волн одного, как наиболее существенного. Фактически, поскольку речь идёт об интегрировании, этот квадруплет представляет некий класс близких квадруплетов. Мы даём теоретическое описание этого класса и оценку приходящейся на него доли в нелинейной передаче энергии.

**Голдобин Д.С., Тюлькина И.В., Клименко Л.С.,
Пиковский А.**

Ансамбли осцилляторов с шумом за рамками теории Отта-Антонсена – подход круговых кумулянтов

Институт механики сплошных сред УрО РАН (Пермь)

Существенный прорыв в теории коллективных явления связан с развитой в 2008 году теорией Отта-Антонсена [E. Ott, T.M. Antonsen, Chaos 18, 037113 (2008)], позволяющей получить точные уравнения динамики параметра порядка для многих парадигматических моделей. Однако обобщить эту теорию на неидеальные ситуации не удавалось на протяжении 10 лет.

В настоящей работе предложен и реализован подход к описанию динамики больших ансамблей фазовых осцилляторов, основанный на представлении «круговых кумулянтов» вместо параметров порядка Курамото-Дайдо [I.V. Tyulkina et al., PRL 120, 264101 (2018)]. В термодинамическом пределе эти переменные дают особенно простое представление инвариантных решений Отта-Антонсена и оказываются подходящими для построения теории возмущений к подходу Отта-Антонсена. Во-первых, на основе развиваемого подхода представлено обобщение решения Отта-Антонсена для идеальных систем отта-антонсеновского типа [И.В. Тюлькина и др. Изв. Вузов. Радиофизика, 61(8-9), 718 (2018)]. Во-вторых, демонстрируется использование этого подхода для описания влияния шума на динамику системы. Выведена замкнутая система уравнений динамики двух ведущих круговых кумулянтов, описывающая макроскопическую динамику ансамблей с шумом. В-третьих, обсуждаются физические ограничения на обрывание кумулянтных разложений и демонстрируется примечательная сходимость этих разложений для экспериментальных данных различной природы [D.S. Goldobin, A.V. Dolmatova, PRResearch, in press (2019); D.S. Goldobin et al., Chaos 28, 101101 (2018)]

Работа выполнена при поддержке РФФ (грант № 19-42-04120).

Гончаров В.П.

Пальцевая неустойчивость границы раздела в ионосферной плазме

*Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН,
109017 Москва, Россия*

Метод конформных отображений используется для изучения неустойчивости границы раздела в рамках диэлектрической модели ионосферной плазмы. Отличительная особенность такой неустойчивости – появление пальцевидных структур, когда дрейфовая скорость направлена от менее плотной плазмы к более плотной. На инкремент неустойчивости оказывает влияние только нормальная составляющая скорости дрейфа, которая непрерывна на границе раздела. Тангенциальная составляющая при пересечении границы раздела претерпевает скачок, изменяясь обратно пропорционально плазменной плотности. Пальцевидные структуры растут за счет того, что их передний и задний фронт движутся в противоположных направлениях, достигая при $t \rightarrow \infty$ установившегося режима распространения с постоянной скоростью.

Диденкулова Е.Г.

Особенности взаимодействия бризеров внутренних волн в стратифицированном океане

*Национальный Исследовательский Университет «Высшая Школа Экономики»,
Нижний Новгород*

Изучены особенности форм осциллирующих волновых пакетов (бризеров) в рамках модели внутренних волн - модифицированного уравнения Кортевега – де Вриза. Исследованы режимы парного столкновения бризеров и столкновения бризера с солитоном. Выделены ситуации, когда их взаимодействие ведет к экстремальному сценарию. Определены формы результирующих импульсов и условия достижения наибольших амплитуд волн. Построены бризерные решения внутренних волн для конкретных акваторий мирового океана, стратифицированных по плотности и течению (по данным атласов коэффициентов эволюционных уравнений).

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ (проект № 19-35-60022).

Доброхотов С.Ю., Миненков Д.С., Назайкинский В.Е.

***Формальные асимптотические решения нелинейной задачи о
двумерном накате длинных волн на берег***

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН и Московский физико-
технический институт*

В рамках *двумерной* нелинейной системы уравнений мелкой воды исследуется накат длинных волн на берег без обрушения, причем предполагается, что эти волны возбуждаются локализованным источником, находящимся вдали от берега. Заменой координат, похожей на замену Кэрриера—Гринспена, задача переводится в слабонелинейную задачу (с линейной главной частью) и (свободная) граница области решения становится фиксированной. Для полученной системы получены формальные асимптотические решения, причем их главный член совпадает с асимптотиками линеаризованной системой мелкой воды, определенными в виде канонического оператора Маслова. Главный член асимптотики исходной задачи получается применением обратной замены координат. Полученные асимптотические формулы эффективно и быстро считаются на компьютере. Мы также сравниваем эти формулы с формулами Пелиновского-Мазовой, полученными в одномерном случае.

Работа выполнена при поддержке проекта N 16-11-10282 Российского научного фонда.

Дремов С.В., Качулин Д.И., Дьяченко А.И.

Волновая турбулентность в системе суперкомпактных уравнений для одномерных волн на воде, распространяющихся в обоих направлениях

С.В. Дремов^{1,2}, Д.И. Качулин^{1,2}, А.И. Дьяченко^{2,3}

¹ Новосибирский Государственный Университет, Новосибирск

² Сколковский институт науки и технологий, Москва

³ Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка

Изучение вопроса волновой турбулентности когерентных структур в различных системах в рамках современной нелинейной динамики представляет значительный интерес как с точки зрения фундаментальной науки, так и с практической точки зрения. В работе будут показаны результаты численных экспериментов по исследованию развития модуляционной неустойчивости стоячих волн и последующего возникновения и взаимодействия когерентных структур, распространяющихся в противоположных направлениях, в системе суперкомпактных уравнений.

Кроме того, будет уделено внимание изучению решений в виде нелинейных стоячих волн. Точные решения такого вида могут быть получены в упрощенной системе двух уравнений типа НУШ. Исходную систему можно свести к этим уравнениям, переходя к терминам огибающих и предполагая узость спектральной ширины волновых пакетов. Таким образом, в работе будут также представлены обнаруженное точное периодическое решение системы двух НУШ в виде нелинейной стоячей волны, его характеристики, а также исследование его динамики в исходной системе суперкомпактных уравнений.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-71-00079.

Дружинин О.А.

Исследование потоков явного и скрытого тепла между каплями и воздухом в атмосферном погранслое над водной поверхностью с помощью прямого численного моделирования

*Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, РФ
(droujmail@mail.ru)*

Исследование турбулентных потоков тепла, массы и импульса в атмосферном погранслое над морем необходимо для их корректной параметризации в крупномасштабных моделях прогноза погоды и климата. Присутствие капель морского аэрозоля в воздухе осложняет параметризации благодаря инерции капель и процессам их испарения (конденсации) и теплообмена с окружающим воздухом. Капли инжектируются в воздушный поток в окрестности гребней достаточно крутых поверхностных волн, и их массовая доля растет с увеличением скорости ветра и может достигать значительных величин. Оценка потоков импульса и скрытого и явного тепла от капель к воздуху в настоящее время едва ли реализуема в рамках лабораторных и натурных экспериментов. В данном сообщении обсуждается процедура прямого численного моделирования (DNS) как альтернатива лабораторному и натурному экспериментам, способная предоставлять полные данные о динамике воздуха и капель и процессах обмена между каплями и воздухом в приводном атмосферном погранслое. В DNS рассматривается двухмерная монохроматическая поверхностная волна, неизменяющаяся под действием ветра, и решаются полные, трехмерные уравнения Навье-Стокса для скорости, температуры и относительной влажности воздуха с учетом воздействия капель на поток в Эйлеровых координатах. Одновременно решаются уравнения движения капель для скорости, массы и температуры в Лагранжевых координатах. Учет воздействия капель на воздушный поток осуществляется с помощью аппроксимации точечной силы (“point-force approximation”) с учетом поправок, обусловленных конечным числом Рейнольдса и эффектов вентиляции капли. В DNS рассматриваются балковые значения температур воды и воздуха, наблюдаемые в условиях тропических и полярных циклонов. Получены фазово-осредненные профили и спектры (распределения по размерам капель) потоков тепла и влаги. Результаты показывают, что в условиях тропического циклона капли увлажняют и охлаждают воздух. При этом определяющим является вклад потока скрытого тепла. С другой стороны, в условиях полярного циклона преобладает вклад потока явного тепла от капель к воздуху, за счет которого капли прогревают приводный воздух. В обоих случаях поток энтальпии от капель к воздуху оказывается положительным.

Работа выполнена в рамках темы госзадания ИПФ РАН (проект 0030-2019-0020). Разработка алгоритмов выполнена при поддержке РФФИ (№№. 17-05-00703, 18-05-60299, 18-55-50005, 18-05-00265). Теоретический анализ результатов численного моделирования выполнен при поддержке Российского Научного Фонда (№ 19-17-00209).

**Ермишкин В.А., Кудрявцев Е.М., Минина Н.А.,
Дацкевич Н.П.**

***Уточнение картины распространения в плоском Si-эллипсе
уединённых волн, возбуждённых лазерным импульсом (с
использованием 2-х экспериментальных методов)***

*Ермишкин В.А.¹⁾, Кудрявцев Е.М.²⁾, Минина Н.А.¹⁾, Дацкевич Н.П.²⁾
¹⁾ИМЕТ РАН, ²⁾ФИАН РАН, Россия, г. Москва,*

В серии экспериментов изучалось распространение диффузионного тепла и уединённых волн (УВ) в эллипсовидной мишени из медной фольги толщиной 50 мкм, которые создавались в результате импульсного лазерного воздействия. Импульс мощностью 10 Вт и длительностью 0,3 с от непрерывного СО₂-лазера направлялся в один из фокусов эллипса. Проведено сравнение результатов опытов с использованием двух разных методов регистрации. В первом случае применялись термопары в фокусах эллипса. Во втором - измерения проводились по методу фотометрического анализа структурных изображений (метод ФАСИ).

Измерения с помощью термопар показали ожидаемый многократный переход энергии УВ из одного фокуса в другой и обратно. Приход УВ приводил в условиях данного эксперимента к повышению температуры в области фокуса, что надёжно фиксировалось термопарами. (Можно отметить, что если эллипс изготавливался не из меди, а, например, из алюминия, то приход энергии в виде УВ из первого, облучаемого, фокуса, во второй фокус, - приводил к явному и объяснимому (см. наши доклады на предыдущих сессиях) понижению температуры, что опять-таки надёжно фиксировалось термопарами и что необъяснимо, если имеет место только диффузия тепла).

Измерения с помощью второго метода (ФАСИ) должны показывать тот –же эффект многократных переходов энергии УВ из одного фокуса в другой и обратно. Эта работа продолжается. Пока нам удалось точно и детально проследить ожидаемую картину при регистрации событий, связанных с одним только, облучаемым фокусом. Кроме того, интересные и ожидаемые данные были получены при регистрации энергии, проходящей через центральное сечение эллипса (область между его фокусами).

В этом методе состояние поверхности мишени до воздействия лазера и после него непрерывно записывалось видеокамерой. Лазерный импульс, направленный в фокус эллипсовидной мишени, возбуждает в ней переменное температурное поле, которое обнаруживается, благодаря колебательному характеру излучения видимого света от поверхности мишени. Метод ФАСИ позволяет обнаружить изменения в характере излучения мишени, вызванные воздействием лазерного импульса.

Ефимов В.Б., Орлова А.А.

Формирование квантовых вихрей в длинном капилляре в сверхтекучем гелии

*Институт физики твердого тела РАН,
Черноголовка, Московская обл., Россия*

При изучении формирования квантовых вихрей с помощью стационарного теплового потока было обнаружено, что затухание коротких пробных тепловых импульсов определяется в основном величиной этого теплового потока и практически не зависит от длины капилляра. Объяснением подобного поведения сверхтекучей жидкости может быть локальное формирование вихревого клубка вблизи нагревателя, который резко замедляет движение нормальной жидкости от и сверхтекуче к нагревателю. Подтверждением такой модели формирования квантовой турбулентности явились эксперименты по распространению длинных тепловых импульсов и результаты компьютерных расчетов.

**Журавлева Е.Н., Зубарев Н.М., Зубарева О.В.,
Карабут Е.А.**

***Алгоритм построения точных решений плоской
нестационарной задачи о движении жидкости со свободной
границей***

Исследуются плоские потенциальные нестационарные течения идеальной несжимаемой жидкости со свободной поверхностью в отсутствие внешних сил и капиллярности. Предложен алгоритм построения точных решений для таких течений, основанный на анализе условий совместности уравнений движения и вспомогательного комплексного уравнения переноса. Его использование позволило радикально расширить список известных точных нетривиальных решений рассматриваемой классической задачи, еще несколько лет назад сводившийся к нескольким решениям Дирихле: течения, для которых граница жидкости представляет собой параболу, эллипс или гиперболу. В рамках алгоритма удастся как воспроизвести недавно найденный класс решений, задаваемый уравнением Хопфа на комплексную скорость, так и найти принципиально новый широкий класс решений, для которого течения описываются уравнением Хопфа на обратную комплексной скорости величину.

Иванов С.К., Камчатнов А.М.

Эволюция интенсивных световых импульсов в нелинейной среде с учетом эффекта Рамана

Исследована эволюция интенсивных световых импульсов в нелинейных одномодовых световодах, динамика света в которых описывается нелинейным уравнением Шрёдингера с рамановским членом, обусловленным вынужденным комбинационным саморассеянием света. Показано, что при эволюции достаточно интенсивных импульсов образуются дисперсионные ударные волны, поведение которых гораздо более многообразно, чем в случае обычного нелинейного уравнения Шрёдингера с керровской нелинейностью. В предположении малости рамановского члена, рассматриваемого как возмущение, получены уравнения Уизема, описывающие медленную эволюцию дисперсионных ударных волн. Показано, что при учете рамановского эффекта дисперсионные ударные волны могут асимптотически приобретать стационарный профиль. Аналитическая теория подтверждена численными расчетами.

Ильин А.С., Зыбин К.П., Сирота В.А.

Системы типа «Реакция-Диффузия» в случайном поле скоростей

Ильин А.С. (ФИАН, МФТИ, Матфак ВШЭ)

Зыбин К.П. (ФИАН, Матфак ВШЭ)

Сирота В.А. (ФИАН, МФТИ)

В работе рассматривается поведение скалярных нелинейных систем типа «реакция – диффузия» в случайном поле скоростей. Мы показываем, что, не смотря на насыщение плотности скаляра, возможны режимы, в которых популяция растет экспоненциально. Это происходит благодаря экспоненциальному распространению фронта реакции, происходящей на фоне адвекции в случайном поле скоростей. Получены точные аналитические выражения для статистических моментов плотности и популяции. Показано, что статистика этих величин перемежаема, т.е. поведение моментов определяется редкими событиями, происходящими в случайном потоке.

Исследование выполнено в ЦАГИ за счет гранта РФФ №17-11-01271.

Ингель Л.Х.

О нелинейной динамике массивных частиц в смерчах

*Научно-производственное объединение «Тайфун», 249038, г. Обнинск, Россия
Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, 119017, Москва, Россия
Межведомственный центр аналитических исследований при Президиуме РАН, 117997,
Москва, Россия*

Аналитически исследуется движение инерционных частиц в интенсивных вихрях с вертикальной осью в поле силы тяжести. В этой задаче существен нелинейный характер гидродинамического сопротивления – его зависимость от модуля скорости движения частицы относительно среды. Разные составляющие движения взаимодействуют между собой, поскольку каждая из них влияет на коэффициент сопротивления. Найден эффективный способ приближенного решения задачи. Установлен ряд общих закономерностей динамики частиц. В частности, характерен режим, в котором их тангенциальная скорость близка к скорости движения среды, в то время как радиальная скорость существенно меньше (она близка по порядку величины к среднему геометрическому тангенциальной скорости частицы и отличия последней от тангенциальной скорости среды).

Калашник М.В., Курганский М.В., Кострыкин С.В.

Неустойчивость поверхностного периодического течения и режим нелинейных осцилляций

ИФА РАН, ИВМ РАН (Москва)

Движения слоя стратифицированной вращающейся атмосферы описываются уравнением переноса потенциальной завихренности. Точным решением этого уравнения является пространственно периодическое течение, локализованное у горизонтальных границ слоя. Оно служит геофизическим прототипом системы мультиструй в атмосфере Юпитера и других планет. В докладе рассмотрены проблемы линейной и нелинейной устойчивости периодического течения. Для исследования линейной устойчивости течения с одной границей использованы два подхода. В первом подходе решение линейной задачи устойчивости разлагается в тригонометрический ряд, и инкремент нарастания возмущений находится из дисперсионного соотношения, содержащего бесконечную цепную дробь. Во втором подходе строятся маломодовые аппроксимации решения методом Галеркина. Как показано в докладе, оба подхода приводят к одинаковым зависимостям инкремента нарастания от волнового числа. Из этих зависимостей следует существование длинноволновой неустойчивости с предпочтительным горизонтальным масштабом порядка длины волны основного течения. Аналогичный результат получен и для течения с двумя твердыми границами. Метод Галеркина с тремя базисными тригонометрическими функциями использован также для изучения нелинейной динамики возмущений. Эта динамика описывается системой из трех нелинейных дифференциальных уравнений, аналогичной системе, описывающей движение симметричного волчка в механике твердого тела. Анализ решений системы, показывает, что экспоненциальный рост возмущений на линейной стадии всегда сменяется стадией устойчивых нелинейных колебаний (васцилляций). С этими колебаниями связан жизненный цикл нелинейных возмущений. Он состоит в периодическом процессе рождения и гибели в потоке системы замкнутых вихревых структур.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект 19-17-00248) и РФФИ (проекты 18-05-00831, 18-05-00414).

Камчатнов А.М.

Задача Ландау-Халатникова в релятивистской гидродинамике

Институт спектроскопии РАН

В докладе будут представлены результаты работы [1], где предложен альтернативный способ решения задачи Ландау-Халатникова об одномерной стадии расширения горячей адронной материи, образующейся при столкновениях высокоэнергичных частиц или атомных ядер. Решение уравнений релятивистской гидродинамики методом Римана даёт новое представление для потенциала Халатникова, в котором явным образом соблюдается симметрия возникающего течения относительно отражения в центральной плоскости начального распределения материи. Получены новые точные соотношения, описывающие эволюцию плотности энергии в центре распределения и движение границ между общим решением и волнами разрежения. В приближении Ландау найдены распределения частиц по энергиям и быстротам, включающие в себя ранее неисследованные предэкспоненциальные множители.

[1] А. М. Камчатнов, ЖЭТФ, том 156, вып. 4(10), стр. 689-699 (2019).

Качулин Д.И., Дремов С.В., Гелаш А.А.

Статистика парных столкновений когерентных волновых структур на поверхности глубокой воды

Д.И. Качулин^{1,2}, С.В. Дремов^{1,2}, А.А. Гелаш^{2,3}

1. Новосибирский Государственный Университет, Новосибирск

2. Сколковский институт науки и технологий, Москва

3. Институт Автоматизации и Электронных Систем СО РАН, Новосибирск

Одной из важнейших статистических характеристик нелинейных волновых полей является функция плотности вероятности волновых амплитуд – PDF. В модели разреженного солитонного газа, ключевую роль в формировании статистики играют парные столкновения когерентных волновых структур [1], которые могут изучаться с помощью точных решений и численно.

В данной работе мы проводим сравнение PDF волновых амплитуд парных столкновений когерентных волновых структур в моделях разного приближения для волн на поверхности глубокой воды: в нелинейном уравнении Шредингера и в уравнении Дьяченко-Захарова. В модели первого приближения – НУШ, столкновения когерентных волновых структур описываются точными двух-солитонными решениями, с помощью которых мы вычисляем PDF волновых амплитуд численно. В более точной модели Дьяченко-Захарова существуют решения в виде бегущих бризеров, которые могут быть найдены методом Петвиашвилли [2], однако их взаимодействия могут изучаться только численно. Мы проводим статистическое моделирование процесса столкновений бризеров и определяем ключевые отличия PDF волновых амплитуд в изучаемых моделях.

В отличие от НУШ, в модели Дьяченко-Захарова процесс столкновения бризеров является неупругим, то есть сопровождается излучением и обменом энергией, которые, как мы обнаружили ранее, могут иметь разную интенсивность в зависимости от относительной фазы сталкивающихся структур [3]. Таким образом, предложенная модель PDF будет описывать статистическое поведение газа бризеров до некоторой стадии, когда бризеры испытали относительно небольшое число столкновений. В данной работе обсуждаются границы применимости предложенной модели, а также долговременные сценарии поведения газа бризеров в модели Дьяченко-Захарова. Как было показано нами в работе [4], парные столкновения бризеров в модели Дьяченко-Захарова и в рамках точных уравнений, качественно демонстрируют схожее поведение. В заключении данной работы мы обсуждаем вопрос о статистическом описании парных столкновений когерентных волновых структур в точных уравнениях и демонстрируем некоторые предварительные результаты. Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-71-00079.

[1] E.N. Pelinovsky, E.G. Shurgalina, A.V. Sergeeva, T.G. Talipova, G.A. El, R.H. Grimshaw: Two-soliton interaction as an elementary act of soliton turbulence in integrable systems, *Phys. Lett. A*, 2013, 377, 272.

[2] A.I. Dyachenko, D.I. Kachulin, V.E. Zakharov, Super compact equation for water waves, *J. Fluid Mech.*, 2017, 828, 661.

[3] D. Kachulin, and A. Gelash, On the phase dependence of the soliton collisions in the Dyachenko–Zakharov envelope equation, *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2018, 25, 553.

[4] D. Kachulin, A. Dyachenko and A. Gelash, Interactions of coherent structures on the surface of deep water, *MDPI Fluids* 2019, 4, 83.

Киселев В.В., Расковалов А.А., Баталов С.В.

Солитоны в доменной структуре ферромагнетика с анизотропией типа “легкая ось”

Институт физики металлов имени М.Н. Михеева УрО РАН, Екатеринбург

Методом обратной задачи рассеяния получены новые аналитические решения уравнения Ландау – Лифшица, описывающие солитонные возбуждения в доменной структуре ферромагнетика с легкоосной анизотропией. Показано, что такие солитоны, подобно дислокациям в кристаллах, являются локальными переносчиками макроскопических сдвигов структуры и служат зародышами перемагничивания материала. Неоднородная эллиптическая прецессия намагниченности в ядрах солитонов приводит к деформациям и продольным осцилляциям прилегающих к ним доменных стенок и доменов структуры. Когда частоты солитонов приближаются к границам спин-волнового спектра, они вырождаются в малоамплитудные спиновые волны или апериодические “всплески” намагниченности доменной структуры. Последние можно рассматривать как аналоги солитонов Перегринна. Исследована генерация неподвижных солитонов в структуре из начального локализованного импульса намагниченности.

Клиньшов В.В., Franovic I.

Коллективная динамика неоднородной популяции активных элементов

Клиньшов В.В.¹⁾, Franovic I.²⁾

¹⁾ *ИПФ РАН*

²⁾ *Institute of Physics, Belgrade, Serbia*

Изучена коллективная динамика неоднородной популяции активных элементов, часть которых является колебательными, а часть - возбудимыми. Обнаружены три качественно различных режима динамики: глобальное состояние покоя, асинхронные колебания и синхронные колебания. Исследованы сценарии переходов между различными режимами при изменении параметров популяции, а именно среднего значения и дисперсии локальных частот элементов. Обнаружены области бистабильности между различными режимами коллективной динамики, что приводит к гистерезисному поведению системы при изменении параметров системы. Показано, что свойства системы качественно не изменяются при введении шумов и временного запаздывания.

Короткевич А.О.

Comparison of Split-Step and Hamiltonian Integration Methods for Simulation of the Nonlinear Schrödinger Equation

We compare two different numerical methods of solution of widely used nonlinear Schrödinger equation (NLSE). The first one is extremely popular second order split-step (SS2) method, based on operator splitting approach. The second method, originally proposed in 1992, is a discrete analog of Hamiltonian equations, and this is why we call it Hamiltonian integration method (HIM). Our experiments show that HIM is preferable over SS2 in most of the interesting cases, especially if interaction of solitons has to be modeled. HIM provides better conservation of integrals of motion in practically all the cases. Due to weaker conditions on time step, HIM allows computations on the same level of accuracy as SS2 to be performed approximately twice faster.

Кузнецов Е.А., Каган М.Ю., Турлапов А.В.

Квазиклассическое расширение квантовых газов в вакуум

В рамках уравнения Гросса-Питаевского (ГП) рассмотрена задача о разлете в вакуум квантовых газов, для которых химический потенциал μ зависит от плотности n степенным образом с показателем $\nu = 2/D$, где D - размерность пространства. Для газовых конденсатов бозе-атомов при температурах $T \rightarrow 0$ основной вклад во взаимодействие атомов в главном порядке по газовому параметру вносит s -рассеяние и поэтому при произвольном значении D показатель $\nu = 1$. В трехмерном случае значение $\nu = 2/3$ реализуется для конденсатов ферми-атомов в так называемом унитарном пределе (см., например, [1]). Уравнение ГП при $\nu = 2/D$ обладает дополнительной симметрией по отношению к преобразованиям Таланова конформного типа [2], впервые найденным для стационарной самофокусировки света. Следствием этой симметрии является теорема вириала, связывающая средний размер разлетающегося газа R и его гамильтониан. Асимптотически при $t \rightarrow \infty$ R линейно растет со временем. В квазиклассическом пределе уравнения движения совпадают с уравнениями гидродинамики идеального газа с показателем адиабаты $\gamma = 1 + 2/D$. Автомодельные решения в этом приближении описывают на фоне расширяющегося газа угловые деформации газового облака в рамках уравнений типа Ермакова-Реза-Рейда. Результаты работы частично представлены в [3].

Список литературы

- [1] Л.П. Питаевский, УФН **178** 633–639 (2008) [LP Pitaevskii. *Physics-Uspekhi*, 51(6):603–608, 2008].
- [2] В.И. Таланов, Письма ЖЭТФ **11**, 303 (1970) [VI Talanov. *Soviet Phys. JETP Letters*, 11:199, 1970].
- [3] Е.А. Kuznetsov, М.Ю. Kagan, А.В. Turlapov, arXiv:1903.04245 [cond-mat.quant-gas] 11 Mar 2019.

**Маевский Е.В., Малова Х.В., Кислов Р.А., Попов В.Ю.,
Петрукович А.А., Хабарова О.В., Зеленый Л.М.**

***Механизм образования множественных токовых слоев в
гелиосферном плазменном слое***

**Маевский Е.В.^{a,b}, Малова Х.В.^{b,c}, Кислов Р.А.^{b,d}, Попов В.Ю.^{e,f,b}, Петрукович А.А.^b,
Хабарова О.В.^d, Зеленый Л.М.^b**

^a *Финансовый университет при правительстве РФ, Москва, Ленинградский просп., 49*

^b *Институт Космических исследований РАН, Москва, Профсоюзная ул., 84/32*

^c *НИИ ядерной физики МГУ, Москва, Ленинские горы*

^d *Институт Земного Магнетизма и Распространения Радиоволн им. Н.В. Пушкова
РАН, 10840, Москва, Троицк, Калужское шоссе, 4*

^e *Физический факультет МГУ, Москва, Ленинские горы*

^f *Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва,
Мясницкая ул., 20*

При пересечении космическими аппаратами в солнечном ветре гелиосферного плазменного слоя (ГПС), разделяющего крупномасштабные магнитные сектора противоположной направленности, практически всегда наблюдаются многократные быстрые колебания знака радиальной компоненты магнитного поля, свидетельствующие о смене знака азимутальной плотности тока внутри ГПС. Предложены возможные механизмы формирования многослойных токовых структур в ГПС. Поскольку пояс стримеров в короне Солнца является основным источником «медленного» солнечного ветра в ГПС, в рамках стационарной МГД-модели солнечного ветра, построена МГД – модель, позволяющая проверить одну из гипотез о «вытягивании» многих токовых слоев в солнечный ветер из пояса стримеров, ориентированного вдоль нейтральной линии гелиомагнитного поля. Исследованы самосогласованные распределения характеристик солнечного ветра в зависимости от тонкой структуры стримеров. В рамках МГД модели показано, что стримеры, одиночные и множественные, протянувшиеся до отдаленной граничной поверхности, могут формировать внутри ГПС многослойную токовую структуру с чередующимися по направлению азимутальными токами. Последствия для интерпретации результатов наблюдений в солнечном ветре обсуждаются.

Маслов Е.М., Кутвицкий В.А.

Осцилляции гравитационного сдвига частоты светового сигнала из центра бризероподобного гало тёмной материи

ИЗМИРАН

Хотя тёмная материя не взаимодействует напрямую с обычной материей, её осцилляции приводят к осцилляциям гравитационного поля, которые могут быть наблюдаемы по их влиянию на распространение световых сигналов. Мы получили простую формулу для гравитационного сдвига частоты светового сигнала от источника, расположенного в центре сферически-симметричного осциллирующего гало тёмной материи. Используя эту формулу, мы вычислили сдвиг частоты светового сигнала из центра бризероподобного сгустка скалярной тёмной материи в модели с логарифмическим потенциалом самодействия. Решение соответствующей системы уравнений Эйнштейна-Клейна-Гордона, описывающей этот самогравитирующий сгусток, было найдено нами ранее в работе [1]. Мы получили модуляции гравитационного сдвига частоты удвоенной частотой бризера. Интересно, что на некоторых расстояниях от источника и для некоторых амплитуд бризера мы обнаружили голубой сдвиг частоты вместо красного.

Эти результаты будут опубликованы в работе [2].

[1] V.A. Koutvitsky, E.M. Maslov, Phys. Rev. D 83, 124028 (2011)

[2] В.А. Кутвицкий, Е.М. Маслов, ТМФ, 201 (2019), в печати.

Мулляджанов Р.И., Гелаш А.А.

Прямая задача рассеяния для больших волновых полей

Р.И. Мулляджанов^{1,2}, А.А. Гелаш^{3,4}

1. Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск

2. Новосибирский государственный университет, Новосибирск

3. Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск

4. Сколковский институт науки и технологий, Москва

Прямая задача рассеяния является важнейшим инструментом изучения нелинейных волновых полей в рамках интегрируемых моделей, таких как нелинейное уравнение Шредингера и уравнение КдВ. Результатом ее решения являются так называемые данные рассеяния, которые содержат полную информацию о волновом поле, в том числе информацию о наличии когерентных волновых структур – солитонов и бризеров. В общем случае прямая задача рассеяния может быть решена только численно и до настоящего времени вопрос об универсальном устойчивом алгоритме, способном обрабатывать большие (протяженные) и сложные волновые поля, оставался открытым.

В работе [1] мы предложили новый подход к численному решению прямой задачи рассеяния нелинейного уравнения Шредингера. На основе разложения Магнуса, построена общая схема произвольного порядка точности для численного решения системы Захарова–Шабата. Удерживая необходимое число слагаемых в разложении Магнуса, а также в разложении Тейлора волнового поля внутри шага дискретизации, получается схема необходимого порядка точности. В работе [1] представлены численные схемы 4-го и 6-го порядков, что позволяет нам находить данные рассеяния сложных больших волновых полей. Построены численные примеры для многосолитонных волновых пакетов вплоть до 128 солитонов.

Анализ численных ошибок, возникающих при решении прямой задачи рассеяния позволил нам уставить несколько типов неустойчивостей, которые делают анализ больших волновых полей невозможным с помощью стандартных алгоритмов низкого порядка точности. Мы демонстрируем, что применение алгоритмов высокого порядка точности совместно с арифметикой высокой точности позволяет находить данные рассеяния волновых полей произвольной протяженности и сложности. Природа этих численных ошибок является предметом отдельного изучения.

[1] R. Mullyadzhyanov, and A. Gelash. Direct scattering transform of large wave packets. *Optics Letters*, 44 (21), 5298-5301, 2019.

Нейштадт А.И., Артемьев А.В., Тураев Д.В.

Разрушение адиабатической инвариантности в динамике заряженных частиц вблизи нулевой линии магнитного поля

Описана динамика заряженной частицы в сильных стационарных электрическом и магнитном полях с нулевой линией магнитного поля. Частица оказывается вовлеченной в примечательный процесс захвата нулевой линией магнитного поля и освобождения из нее. Этот процесс приводит к большим хаотическим скачкам адиабатического инварианта частицы (магнитного момента) и рассеянию частиц в большом фазовом объеме.

**Оладышкин И.В., Фадеев Д.А., Шишкин Б.В., Юнин П.А.,
Миронов В.А.**

***Связь терагерцового отклика и лазерной абляции металлов
в фемтосекундном режиме***

И.В. Оладышкин¹, Д.А. Фадеев¹, Б.В. Шишкин¹, П.А. Юнин², В.А. Миронов¹

¹⁾ Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия

²⁾ Институт физики микроструктур РАН, Нижний Новгород, Россия

В доклад представлены новые экспериментальные данные по ТГц отклику металлов на воздействие фемтосекундных лазерных импульсов в повреждающем режиме. Для ряда металлов и сплавов (никель, цинк, латунь и др.) установлена прямая связь между глубиной повреждения образца и энергией ТГц сигнала, генерируемого в процессе воздействия. Разработанные ранее теоретические модели позволяют утверждать, что процессы генерации низкочастотного электромагнитного отклика и абляции имеют общую тепловую природу, вследствие чего интенсивность обоих процессов пропорциональна тепловой энергии, запасаемой в электронной подсистеме металла. Данные результаты показывают, что ТГц отклик может служить источником информации о субпикосекундных процессах вблизи поверхности металла и, в частности, о режимах фемтосекундной лазерной абляции.

Пелиновский Е.Н., Кокорина А.В., Слюняев А.В., Tobish E.

«Модульное» уравнение Кортевега-де Вриза

Пелиновский Е.Н.^{1,2)}, Кокорина А.В.¹⁾, Слюняев А.В.^{1,2)}, Tobish E.³⁾

1) *Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород*

2) *НИУ Высшая школа экономики, Нижегородский филиал*

3) *Kepler University, Linz, Austria*

Уравнение Кортевега-де Вриза (КдВ) является каноническим нелинейным эволюционным уравнением в теоретической и математической физике, имеющим важное значение в различных приложениях. В теории упругости нелинейные характеристики часто не являются гладкими, а содержат модульные слагаемые. Такие характеристики обсуждаются в известном обзоре О.В. Руденко [1]. При использовании ряда предположений и гипотез возникает уравнение

$$u_t + |u| u_x + u_{xxx} = 0, \quad (1)$$

которое естественно назвать «модульным» уравнением Кортевега-де Вриза. Сразу видно, что в отличие от канонического КдВ уравнения, являющегося анизотропным, уравнение (1) является изотропным по отношению к смене знака волновой функции. Периодические волны, так называемые кноидальные волны, являются симметричными. Соответственно, уединенные волны в этом уравнении, описываемые теми же выражениями, что и в КдВ, могут иметь любую полярность. Отметим такую особенность, что если волновое поле представлено исключительно солитонами одной полярности, то его эволюция описывается интегрируемым КдВ (в частности, солитоны взаимодействуют упругим образом), а если имеются солитонные волны разной полярности или несолитонная часть, то динамика отлична от КдВ. Уравнение обладает первыми двумя законами сохранения: «массы» $\int u(x,t)dx$ и «энергии» (момента) $\int u^2(x,t)dx$, совпадающими по форме со случаем КдВ.

На первом этапе мы изучили бездисперсионный предел уравнения (1), когда удается получить точное решение в виде Римановой волны и найти ее спектр [2]. В силу модульности нелинейности даже на малых временах происходит множественная генерация гармоник из первоначальной синусоидальной волны, приводящая затем к градиентной катастрофе (обрушению). Условия обрушения и спектр опрокидывающейся волны остается таким же, как в уравнении КдВ [3].

Выполненное численное моделирование столкновения разнополярных солитонов показало генерацию излучения за счет уменьшения амплитуды меньшего солитона (значительную в случае очень близких амплитуд солитонов), при этом больший солитон увеличивает свою амплитуду. Максимум поля приближается к линейной суперпозиции высот солитонов, когда их амплитуды отличаются сильно. При взаимодействии солитоны испытывают неклассические фазовые сдвиги – оба отскакивают назад.

Исследования выполнены при поддержке гранта РФФ № 19-12-00253.

1. Руденко О.В. Нелинейная динамика квадратично кубичных систем. Успехи физ. наук, 2013, т. 183, № 7, 719-726.
2. Tobisch E., Pelinovsky E. Modular Hopf Equation. Applied Mathematics Letters, 2019, vol. 97, 1-5.
3. Pelinovsky D., Pelinovsky E., Kartashova E., Talipova T., and Giniyatullin A. Universal power law for the energy spectrum of breaking Riemann waves. Письма в ЖЭТФ, 2013, vol. 98, No. 4, 265-269.

Полников В., Ма Х., Цяо Ф., Чанг Ш.

Эволюция спектров механических и ветровых волн в большом лотке

В. Полников¹, Х. Ма², Ф. Цяо², Ш. Чанг²

¹ ИФА РАН им. А.М. Обухова, Москва, РФ

² Первый институт океанографии, Мин. Природ. Ресурс., Циндао. Китай

По результатам лотковых экспериментов, выполненных в «Первом институте океанографии» (МПП) Китая, показано, что механические волны, имеющие крутизну более 0.2 с любым начальным спектром, эволюционируют до автомодельной формы спектра, спадающего по закону «-4». Численное моделирование с помощью четырехволнового кинетического уравнения качественно позволяет объяснить такой результат.

Ветровые волны имеют крутизну более 0.2 и уже на масштабах разгонов 15-20 м принимают форму спектра вида $S(\omega) \sim (u_*)^n \omega^{-4}$ при значении $n > 2$, что существенно отличается от результата Тобы (1973). Обсуждается возможность интерпретации этого результата вне рамок слаботурбулентной теории колмогоровских спектров.

Пушкарев А.Н., Захаров В.Е.

Нелинейное лазеро-подобное усиление океанских волн в проливах

Мы изучаем глубоководные океанские ветровые волны в проливе для направления ветра, ортогонального к берегу, через точное уравнение Хассельмана. У пролива "диссипативные" берега и отсутствует какое-либо отражение от береговых линий. Мы показываем, что эволюция волновой турбулентности может быть разделена во времени на два различных режима. Во время первого режима волны распространяются вдоль ветра, и ветровое море может быть описано автомодельными решениями уравнения Хассельмана. Второй режим начинается позже по времени, после достаточно значительного накопления энергии волн на подвергнутой границе. С этого момента начинается формирование ансамбля волн, распространяющихся против ветра. Также начинают появляться ортогональные к ветру волны, распространяющиеся вдоль пролива. Волновая система в конечном итоге достигает асимптотического стационарного состояния во времени, состоящего из двух сосуществующих состояний: первого, автомодельного волнового ансамбля, распространяющегося с ветром, и второго – квазимонохроматических волн, распространяющихся почти ортогонально направлению ветра и проявляющих тенденцию к наклону против ветра под углом 45° ближе к береговой линии, у которой начинает возникать волновая турбулентность. Эти "вторичные волны" возникают только в результате интенсивного нелинейного волнового взаимодействия. При включении отражения от берегов это усиление существенно возрастет. Мы предлагаем назвать это "вторичный лазеро-подобный механизм аббревиатурой NOWA (Nonlinear Ocean Waves Amplification).

Романова Н.Н., Чхетиани О.Г., Якушкин И.Г.

О когерентных и стохастических структурах в гидродинамических течениях со сдвигом скорости

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН

Рассмотрена стабилизация неустойчивости в стратифицированной жидкости (атмосфере) со сдвигом скорости. Показано, что стабилизация возникает благодаря взаимодействию неустойчивой волны с волнами, образующими с нею резонансный триплет. Показано, что при таком взаимодействии возникают пространственные структуры, имеющие когерентный (периодический во времени) или стохастический характер. Тип возникающей структуры зависит от начальных условий, т.е. от соотношений между амплитудами и модами взаимодействующих волн. В общем случае поведение системы характеризуется наличием двух пар переменных – быстрой и медленной. Первая описывает некоторое циклическое движение, а вторая – блуждание по циклам, которое становится стохастическим при пересечении сепаратрисы основного колебания. В работе указаны возможности обобщения полученных результатов на некоторые сходные гидродинамические системы, в том числе волновые пакеты, содержащие неустойчивую моду.

Рубан В.П.

Оптимальная динамика сферического сквирмера в Эйлеровом описании

Проблема оптимизации цикла касательных деформаций поверхности сферического объекта (микросквирмера), самопередвигающегося в вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса, представлена в неканонической гамильтоновой форме. Получена эволюционная система уравнений для коэффициентов разложения поверхностной скорости по присоединенным полиномам Лежандра $P_n^1(\cos\theta)$. Система имеет квадратичную нелинейность, но в случае трех-модовой аппроксимации оказывается интегрируемой. Это позволяет теоретически интерпретировать численные результаты, полученные ранее для такой задачи.

Письма в ЖЭТФ 109(8), 521-524 (2019).

**Сибгатуллин И.Н., Ерманюк Е.В., Boury S., Maas L.,
Dauhois T.**

Волновые аттракторы и волновая турбулентность

*ИОРАН им. П.П. Ширшова, ИСПРАН им. В.П.Иванникова,
ИГиЛ СОРАН им. М.А.Лаврентьева, ENS de Lyon*

Установившиеся волновые движения в замкнутых геометриях при монохроматических воздействиях чаще всего могут быть описаны с помощью решений в виде стоячих мод. Существование волновых аттракторов в ограниченных областях говорит о том, что такой интуитивный подход не охватывает весь класс решений. В случае стратифицированных или вращающихся сред при наличии наклонных стенок пучки волн в результате многочисленных отражений сходятся к предельному циклу. В основе такой сходимости лежит преимущественная фокусировка пучков волн после ряда последовательных отражений от наклонных стенок и сохранением угла с направлением силы тяжести или оси вращения. Из-за высокой концентрации волновой энергии на волновых аттракторах срыв в неустойчивые режимы происходит именно на них. Сильно турбулизованные режимы не позволяют увидеть структуру волнового аттрактора без выделения частоты внешнего воздействия. Тем не менее существование линейного аттрактора на фоне турбулентных режимов как основного механизма накачки энергии во многом определяет структуру турбулентного режима. Мы проводим сравнение турбулентных режимов на фоне волнового аттрактора и при специально подобранных параметрах, при которых аттрактора не существует. Для вращающегося кольцевого слоя с наклонными стенками ранее мы описали формирование трехмерных волновых аттракторов, грубо соответствующих приливным или симметричным воздействиям и каскад неустойчивостей при увеличении амплитуды внешнего воздействия. В настоящее время проводятся исследования обратного каскада мелкомасштабных течений, обнаруженного как в лабораторных и численных экспериментах, формирование крупномасштабных когерентных вихревых структур, дрейфующих вокруг оси вращения, и проводится сопоставление с волнами Россби.

Синкевич О.А.

***О неустойчивости электрически заряженной границы
двухфазного грозового облака и турбулентной атмосферы***

*Национальный исследовательский университет МЭИ.
oleg.sinkevich@itf.mpei.ac.ru*

Проведен анализ устойчивости стационарного состояния плоской электрически заряженной границы раздела двухфазного грозового облака и влажной турбулентной атмосферы. Показано наличие двух механизмов, приводящих к неустойчивости границы раздела сред и получены критерии, определяющие условия возникновения неустойчивости с учетом вязкости влажной турбулентной атмосферы. Один из механизмов сводится к обобщенному критерию неустойчивости Рэля-Тейлора, Второй механизма, в частном случае сводится к известному критерию Тонкса-Френкеля. В этом случае на поверхности могут возникать образования, известные как конусы Тейлора. Эти механизмы, развивающиеся на границе раздела двух заряженных слоев облака, могут приводить к образованию спрайтов. Анализируется влияние вязкости на время развития неустойчивости. В пространстве рабочих параметров (поверхностный электрический заряд, волновое число) построена нейтральная кривая, отделяющая область устойчивости от области неустойчивости. Проведен анализ влияния турбулентной вязкости атмосферного воздуха на границу устойчивости. На качественном уровне показано, как с учетом вязкости и нелинейных эффектов, развитие неустойчивости может приводить к образованию хобота, формирующего воронку торнадо. Полученные соотношения позволяют выделить те критические атмосферные условия, при которых возможно возникновение воронки торнадо. Эти данные могут быть использованы в качестве начального состояния для численных расчетов характеристик течения внутри воронки торнадо и при использовании лазерных и микроволновых зондирований, применяемых для анализа характеристик отраженного от поверхности материнского облака электромагнитного сигнала.

Слюняев А.В.

***Когерентные структуры и аномальная статистика
трехмерных морских волн***

*Институт прикладной физики РАН
Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева*

В рамках прямого численного моделирования реалистичных морских волн показано, что динамический эксцесс (т.е. вызванный свободными волнами) вносит существенный вклад в аномально большие значения эксцесса смещения поверхности при выполнении некоторых условий. В этой ситуации стохастическая динамика свободных волн сильно негауссова, и кинетический подход неприменим. Выявлены следы когерентных волновых структур в моментальных пространственно-временных спектрах Фурье для трехмерных нерегулярных морских волн. Соответствующие спектры не удовлетворяют классическому дисперсионному соотношению для волн на воде.

Работа выполнена при поддержке проекта РНФ № 16-17-00041.

Теодорович Э.В.

Функциональная формулировка статистической теории турбулентности

Рассматривается уравнение Навье-Стокса. при наличии внешней регулярной силы и внешней случайной силы, моделирующей возникновение стохастичности за счет развития неустойчивости крупномасштабных течений (Ланжевенский подход). Статистическое описание осуществляется в терминах характеристического (производящего) функционала, функциональные (вариационные) производные которого задают статистические характеристики поля турбулентности (статистические моменты, функции отклика на внешнее возмущение, корреляционная функция эффективных случайных сил, поправки к вязкости за счет переноса импульса пульсациями скорости и др.) Описание в терминах характеристического функционала позволяет получить уравнение Дайсона для функции Грина и уравнение Швингера (Уайлда) для парной корреляционной функции поля скоростей, содержащие поправки к члену вязкости жидкости и корреляционной функции внешних случайных сил. Эти величины могут быть вычислены при использовании уравнения в функциональных производных для характеристического функционала.

Турлапов А. В.

Квантовые эффекты при гидродинамическом разлёте ультрахолодных бозе- и ферми-газов

Институт прикладной физики Российской академии наук, г. Нижний Новгород
turlapov@appl.sci-nnov.ru

Динамика сверхтекучего квантового газа может быть описана уравнением Гросса-Питаевского

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + \mu(n)\psi,$$

где $\psi = \sqrt{n} e^{i\varphi}$ – общая волновая функция конденсата, $n = |\psi|^2$ – концентрация бозонов, m – масса бозона, $\mu(n)$ – химический потенциал бозона, который равен $4\pi\hbar^2 a n / m$ для слабо расталкивающихся бозонов (a – длина s-рассеяния) и $0,74\varepsilon_F$ для куперовских пар фермионов в унитарном пределе s-притяжения ($\varepsilon_F = (6\pi^2 n)^{2/3} \hbar^2 / m$ – энергия Ферми). В отсутствие вихрей это уравнение идентично уравнениям непрерывности и Эйлера. Причём уравнение Эйлера должно быть с дополнительным членом квантового

давления $T_{\text{кв}} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta \sqrt{n}}{\sqrt{n}}$:

$$m \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \left(\mu + \frac{m \vec{u}^2}{2} + T_{\text{кв}} \right) = 0,$$

где $\vec{u} = \hbar \nabla \varphi / 2m$ – поле скоростей. Слагаемое квантового давления важно, поскольку указывает на то, что гидродинамика появилась не из-за частых межчастичных соударений, а из-за наличия общей волновой функции ψ .

В докладе будут рассмотрены эксперименты с ультрахолодными атомами, как состоявшиеся [1], так и возможные [2], в которых проявляется одновременно и наличие общей волновой функции бозонов ψ , и межчастичные взаимодействия. В гипотетическом эксперименте [2] рассматривается разлёт сверхтекучего монослоя в ортогональном направлении в вакуум. В эксперименте [1] наблюдался малый, но измеримый вклад среднеполевого взаимодействия при интерференции бозе-конденсатов.

[1] V. Makhalov, A. Turlapov. Order in the interference of a long chain of Bose condensates with unrestricted phases. Phys. Rev. Lett. 122, 090403 (2019).

[2] А. В. Турлапов, М. Ю. Каган. Разлет монослоя сверхтекучего ферми-газа. ЖЭТФ 154 (5), 991-996 (2018).

Ушаков В.Н.

Некоторые задачи управления нелинейными динамическими системами

В докладе рассматриваются нелинейные управляемые системы и представлены задачи о сближении управляемых систем с компактной целью в евклидовом пространстве и задачи об оптимальном быстродействии. Предлагаются алгоритмы построения множеств разрешимости в этих задачах и разрешающих управлений.

Чаликов Д.В.

Ускоренное моделирование трёхмерных волн на основе полных уравнений потенциального движения

Институт Океанологии РАН, dmitry-chalikov@yandex.ru

Фазоразрешающие численные модели, основанные на полных уравнениях потенциального движения, являются мощным средством исследования физики волн и универсальным инструментом решения многих технических проблем. Расширяющееся применение этих моделей уже позволило получить ряд важных результатов. Существует несколько подходов к построению таких моделей. Все модели используют криволинейную систему координат, поэтому уравнения Пуассона для потенциала скорости обращается в общее эллиптическое уравнения, решаемое итерациями. В результате, трёхмерное моделирование, будучи несложным, обращается в серьёзную вычислительную проблему из-за исключительно большого расхода машинного времени. Ухищрения, предпринятые в HOS модели, не привели к существенному повышению эффективности, но породили ряд неопределенностей. Метод поверхностного интеграла незаменим при исследовании очень сложных процессов (например, опрокидывания волн), но он ещё менее эффективен и крайне громоздок. Модель (Chalikov, 2016) потенциально очень точна, но каждый расчёт с этой моделью основывается на компромиссе между желаемым разрешением и временем, затрачиваемым на вычисления.

В связи с этим предпринята попытка существенно упростить задачу путём сведения трёхмерной проблемы к двумерной (поверхностной). Этот подход кажется естественным, поскольку решение для потенциала в трёхмерной области полностью определяется поверхностным потенциалом скорости и формой поверхности. В основе подхода лежит разделение потенциала на две компоненты : линейную и нелинейную. Линейная компонента рассчитывается аналитически, а нелинейная - по уравнению Пуассона с нулевым граничным условием на поверхности. Последнее обстоятельство резко повышает сходимость итераций и понижает требования к точности. Дальнейший прогресс может быть основан на использовании уравнения для вертикальной скорости на поверхности. Это уравнение точное, но оно содержит новую переменную - вторую производную по вертикали от нелинейной компоненты потенциала. Оказалось, что, благодаря универсальности вертикального профиля этой компоненты, между первой и второй производной потенциала существует тесная связь, при использовании которой получается двумерное уравнения для вертикальной скорости на поверхности, которое легко интегрируется. Таким образом, трёхмерная задача потенциальных волн сводится к двумерной формулировке, основанной на кинематическом и динамическом граничных условиях и уравнении для вертикальной скорости на поверхности. Эта задача неизмеримо проще исходной, хотя бы потому, что для её реализации в периодической области не используются конечные разности.

Предложенный подход является приближённым. Представляется, однако, что он намного ближе к исходной формулировке, чем многие существующие упрощенные подходы.

Приводятся результаты моделирования, подтверждающие жизнеспособность подхода и обсуждаются перспективы его использования.

**Шармар В.Д., Шабанов П.А., Бадулин С.И.,
Григорьева В.Г., Карпов И.О.**

***Теории размерности и волновой турбулентности в задаче об
альтиметрической поправке на состояние морской
поверхности***

Шармар В.Д. (1), Шабанов П.А. (1), Бадулин С.И. (1,2), Григорьева В.Г. (1), Карпов И.О. (1)

(1) Институт океанологии им. П.П. Шишова РАН, Москва, Россия

(2) Сколковский институт науки и технологий

Поправка на состояние морской поверхности (sea state bias - SSB) является одной из наиболее проблематичных в спутниковой альтиметрии. Стандартный подход связан с оценкой наиболее вероятного значения по многократным измерениям при различных высотах волн и скоростях приповерхностного ветра, измеряемых альтиметром. В работе предлагается дополнить список измеряемых величин крутизной волн, оцениваемой из соотношений слабой турбулентности между уровнем энергии (высотой волн) и спектральным потоком (изменением высоты волнения вдоль траектории альтиметра). В результате получается два независимых безразмерных аргумента, т.н. псевдовозраст волнения $\xi = gH/U^2$ и крутизна μ , с помощью которых предлагается параметризовать искомую поправку. Преимущества и проблемы предлагаемого последовательного физического подхода обсуждаются в сравнении со стандартными параметрическими моделями, использующими размерные величины.

Agafontsev D.S., Randoux S., Suret P.

Rogue waves emerging from incoherent wave source of high nonlinearity

We study numerically the integrable turbulence developing from random wavefield of high nonlinearity, in the framework of the focusing one-dimensional Nonlinear Schrodinger (NLS) equation. We show that, after a short evolution, the integrable turbulence enters a quasi-stationary state (QSS) - the state in which some of its statistical characteristics (e.g., the wave-action spectrum and the PDF) change with time very slowly, while the other characteristics, most notably the autocorrelation of intensity, continue to change with time noticeably. The subsequent evolution toward the asymptotic stationary state turns out to be very long, and we focus instead on the examination of the basic statistical characteristics in the beginning of the QSS. Among these characteristics, we examine the wave-action spectrum, the PDF of intensity and the autocorrelation of intensity. Optical fiber experiments confirm our numerical observations.

Buchstaber V.M., Mikhailov A.V.

Symmetric powers, commuting polynomial Hamiltonians and Hydrodynamic type systems

V.M.Buchstaber^{1,2}, A.V.Mikhailov^{1,3}

¹ *Centre of Integrable Systems, Demidov Yaroslavl State University, Russia*

² *Steklov Mathematical Institute, RAS, Moscow, Russia*

³ *University of Leeds, Leeds, UK;*

With every positive integer N and a polynomial $F(x, y) \in \mathbb{C}[x, y]$, $\frac{\partial}{\partial y} F(x, y) \neq 0$ we associate a family of N polynomial Hamiltonian integrable systems on \mathbb{C}^{2N} with commuting Hamiltonians. The degree of the polynomial $F(x, y)$ does not depend on N . Our construction is based on a canonical transformation of the co-tangent bundle $T^*\mathbb{C}^N$, while the method of integration of the system uses explicit form of the bi-rational equivalence $\text{Sym}^N(\mathbb{C}^2) \rightarrow \mathbb{C}^{2N}$ given by this transformation. As a byproduct we obtain integrable hierarchies of Hydrodynamic type systems and a wide class of their explicit solutions. In the talk we present recent developments of our results published in [1,2,3].

References

- [1] Buchstaber V. M., Mikhailov A. V. The space of symmetric squares of hyperelliptic curves and integrable Hamiltonian polynomial systems on \mathbb{R}^4 // arXiv: 1710.00866 v1 [nlin.SI] 2 Oct 2017
- [2] Бухштабер В. М., Михайлов А. В. Бесконечномерные алгебры Ли, определяемые пространством симметрических квадратов гиперэллиптических кривых // Функц. Анализ и его прилож. 2017, 51:1, 4–27.
- [3] Бухштабер В. М., Михайлов А. В. Полиномиальные гамильтоновы интегрируемые системы на симметрических степенях плоских кривых // УМН, 2018, 73:6(444), 193–194

Coppini F., Гриневич П.Г., Santini P.M.

Влияние малой диссипации на повторяемость аномальных волн в нелинейном уравнении Шредингера

Нами получены аналитические формулы, описывающие влияние малых потерь/усиления на повторяемость аномальных волн в фокусирующем Нелинейном уравнении Шредингера для случая одной неустойчивой моды. Оказывается, даже очень малые потери (малое усиление) оказывает сильное влияние на статистику и характер повторений. В частности, наши формулы объясняют результаты численных экспериментов работы O. Kimmoun, H.C. Hsu, H. Branger, M.S. Li, Y.Y. Chen, C. Kharif, M. Onorato, E.J.R. Kelleher, B. Kibler, N. Akhmediev, A. Chabchoub 2016 года.

Dryuma V.

The Ricci flat metrics in theory of the Navier-Stokes equations

(Institute of Mathematics and Computer Science, Kishinev, R.Moldova)

E-mail address: valdryum@gmail.com

Let us introduce the 14-dim space with the metrics in local coordinates $x, y, z, t, \eta, \rho, m, u, v, w, p, \xi, \chi, n$

$$\begin{aligned} {}^{14}ds^2 = & 2dxdu + 2dydv + 2dzdw + 2dtdp + (-Uu - Vv - Ww)dt^2 + \\ & + \left(-u(U)^2 - uP - Up + u\mu U_x - vUV + v\mu U_y - wUW + w\mu U_z \right) d\eta^2 + \\ & d\eta d\xi + \left(u\mu V_x + v\mu V_y - Vp - wVW + w\mu V_z - v(V)^2 - vP - uUV \right) d\rho^2 + \\ & + \left(-wP - Wp + u\mu W_x + v\mu W_y + w\mu W_z - vVW - w(W)^2 - uUW \right) dm^2 + \\ & + 2dmdn + 2d\rho d\chi, \end{aligned} \quad (1)$$

where $U = U(x, y, z, t)$, $V = V(x, y, z, t)$, $W = W(x, y, z, t)$ and $P = P(x, y, z, t)$.

Theorem 1. *The Ricci-tensor of the metrics (1) has the components*

$$R_{44} = U_x + V_y + W_z,$$

$$R_{55} = 2UU_x - \mu U_{xx} + P_x + VU_y + UV_y - \mu U_{yy} + U_zW + UW_z - \mu U_{zz} + U_t$$

$$R_{66} = U_xV + UV_x - \mu V_{xx} + 2VV_y - \mu V_{yy} + P_y + V_zW + VW_z - \mu V_{zz} + V_t$$

$$R_{77} = U_xW + UW_x - \mu W_{xx} + V_yW + VW_y - \mu W_{yy} + 2WW_z - \mu W_{zz} + P_z + W_t$$

and it is equal to zero on solutions of the Navier-Stokes system of equations.

In the report will be told how to apply the metrics (1) to construct the solutions of the NS-system of equations and to study their properties by geometric methods. [1]-[2]

References

- [1] V. Dryuma, *The Ricci-flat space related with the Navier-Stokes equations*. Buletinul Academiei de Stiintse a Republicii Moldova, Matematica, №:2(69), 2012, p.99–102 // arXiv:1206.43.43, [physics.gen.ph.].
- [2] Dryuma, *The Rieman space in theory of the Navier-Stokes equations // Proceedings IMCS-55, The 5-th Conference of Mathematical Society of the Republic of Moldova, 28.09-01.10 (2019), 62–65.*

Dyachenko A.I., Dyachenko S.A., Lushnikov P.M., Zakharov V.E.

Short branch cut approximation in 2D hydrodynamics with free surface

A. I. Dyachenko¹, S. A. Dyachenko², Pavel M. Lushnikov^{1,3} and V. E. Zakharov^{1,4,5}

¹*Landau Institute For Theoretical Physics, Russia*

²*Department of Applied Mathematics, University of Washington, Seattle, WA 98195, USA*

³*Department of Mathematics and Statistics, University of New Mexico USA*

⁴*Department of Mathematics, University of Arizona, USA*

⁵*Center for Advanced Studies, Skoltech, Moscow, 143026, Russia*

A motion of fluid's free surface is considered in two dimensional (2D) geometry. A time-dependent conformal transformation $z(w,t)$ maps a lower complex half-plane of the auxiliary variable w into the fluid domain with the real line of w mapped into the free fluid's surface. The fluid dynamics is fully characterized by the complex singularities in the analytical continuation to the upper complex half-plane of the conformal map $z(w,t)$ and the complex velocity $V(w,t)$. The initial zero of the derivative of the conformal map, $z_w(w,t)$, turns in an infinitely small time into a pair of square root branch points forming branch cut in the upper complex half-plane. In contrast, the initial poles in both $z_w(w,t)$ and $V(w,t)$ are persistence for at least a finite time while moving in the upper complex half-plane of w with their residues being the integrals of motion [1, 2, 3]. For the motion of free surface of two components of superfluid Helium 4, the poles can be the only singularities in the complex plane of w [4] while for the single fluid evolution, the branch points appear in the infinite small time in addition to poles. We address the dynamics of branch cuts in the approximation of short branch cut. The small parameter of the theory is the ratio the length of the branch cut (the line segment connecting two branch points) to the distance from the branch cut to the real line of w . We reduce the branch cut approximation to the coupled complex Hopf equation for V and the complex transport equation for $z(w,t)$ in the moving spatial frame and the effective complex time. That system is integrable in characteristics producing the infinite number of solutions in the form of coupled branch points and poles. It provides the efficient tool to study generally infinite number of sheets of the Riemann surface [5] for both $z(w,t)$ and the complex velocity $V(w,t)$.

Acknowledgements. Work of A.I.D., P.M.L and V.E.Z. was supported by state assignment "Dynamics of the complex materials". P.M.L. was supported by the National Science Foundation, grant DMS-1814619. The work of V.E.Z. was supported by the National Science Foundation, grant number DMS-1715323.

References

- [1] Zakharov, V.E., Dyachenko, A.I.: Free-surface hydrodynamics in the conformal variables, arXiv:1206.2046 (2012).
- [2] Dyachenko, A.I., Lushnikov, P.M., Zakharov, V.E.: Non-canonical Hamiltonian structure and Poisson bracket for two-dimensional hydrodynamics with free surface. *Journal of Fluid Mechanics* **869**, 526–552 (2019)
- [3] Dyachenko, A.I., Dyachenko, S.A., Lushnikov, P.M., Zakharov, V.E.: Dynamics of Poles in 2D Hydrodynamics with Free Surface: New Constants of Motion. *Journal of Fluid Mechanics* **874**, 891–925 (2019)
- [4] P.M. Lushnikov and N.M. Zubarev, *Exact solutions for nonlinear development of Kelvin-Helmholtz instability for counterflow of superfluid and normal components of Helium II.*, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 204504 (2018).
- [5] P.M. Lushnikov. *Structure and location of branch points for Stokes wave on deep water*, *Journal of Fluid Mechanics*, **800**, 557-594 (2016).

Savin S., Lyahov, V.V., Neshchadim V.M., Wang C., Legen L.

Linear harmonics and their nonlinear interlinks at outer magnetospheric boundaries by 3-wave nonlinear cascades

S. Savin¹, V. V. Lyahov², V. M. Neshchadim², C. Wang³, L. Legen¹

(1) Space Research Institute RAS, RF, ssavin@iki.rssi.ru

(2) DTO "Institute of Ionosphere", Almaty, Kazakhstan,

(3) National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing, China

For the experimental data ordering on the resonances in the outer magnetosphere we propose a linear model of circular flat membrane instability for the magnetopause resonances and combine them with linear and nonlinear analysis of the fluctuations' data from 8 spacecraft (inc. INTEERBALL-1, GEOTAIL, SPECTR-R, THEMISes etc.). Also we use time-of-flight estimates for the resonances of curved magnetopause. For the first time we can qualitatively reproduce resonances at 0.005-0.5 mHz and demonstrate their substantially nonlinear links with the field-line inner resonances at 1-25 mHz which are reaching ionosphere and ground stations. We demonstrate that the 3-wave (at least) cascades and decays should be taken in account for a correct interpretation of the data.