

XXX Научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике

Сессия проходит в онлайн формате при технической поддержке
Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН
20-21 декабря 2021 г.

КРАТКИЕ АННОТАЦИИ ВЫСТУПЛЕНИЙ

Бадулин С., Гневыхшев В., Степанянц Ю.	4
Корабельные волны на поверхности океана со сплошным ледяным покрытием	4
Балакин А.А., Скобелев С.А., Анашкина Е.А., Андрианов А.В., Литвак А.Г.	5
Противофазные ультракороткие солитоны в многосердцевинных волокнах.....	5
Борисов А.Б.....	6
О интегрируемости $O(3)$ модели (модель \vec{n} поля) в трехмерном и четырехмерном пространстве времени.....	6
Вергелес С.С., Парфеньев В.М., Воинцев И.А., Скоба А.О.	7
Когерентные геострофические вихри при конечном числе Россби в ограниченном объёме.....	7
Веретенев Н.А., Розанов Н.Н., Федоров С.В.....	8
Трубчатые и поляризационные лазерные солитоны.....	8
Гелаш А.А.	9
Сложные взаимодействия бризеров	9
Геоджаев В.В.....	10
Уравнение Хассельманна для изотропного спектра: три измерения вместо пяти	10
Гордин В.А., Романов А.С.....	11
Компактные разностные схемы для нелинейных уравнений в частных производных	11
Гриневич П.Г., Сантини П.М.	12
Неустойчивые моды линеаризации вблизи бризеров Ахмедиева – регулярный подход	12
Доброхотов С.Ю., Миненков Д.С., Назайкинский В.Е.	13
Теорема об асимптотической редукции нелинейных уравнений мелкой воды со свободной границей в бассейне с пологим берегом к задаче с фиксированной границей	13
Дремов С.В., Качулин Д.И., Дьяченко А.И.	14
Система уравнений для двумерных волн, распространяющихся на поверхности трёхмерной глубокой жидкости	14
Дружинин О.А.	15

О динамике дрейфового течения при слабом ветре	15
Журавлева, Е.Н., Зубарев Н.М., Зубарева О.В., Карабут Е.А.....	16
Точные решения задачи о динамике жидкости со свободной поверхностью, помещенной между двумя сближающимися вертикальными стенками	16
Журенков Я.А., Губарев Ю.Г.....	17
К неустойчивости трехмерных состояний динамического равновесия плазмы Власова-Максвелла	17
Зинина В.П., Губарев Ю.Г.....	18
К неустойчивости одномерных состояний динамического равновесия электронного газа Власова-Пуассона.....	18
Ингель Л.Х.	19
Парадоксы склоновых течений.....	19
Камалетдинов С., Хатчинсон И., Васько И., Артемьев А., Лотекар Э., Мозер Ф.	20
Медленные электронные дыры в земной магнитосфере.....	20
Камчатнов А.М., Шайкин Д.В.	21
Распространение фронта неустойчивости при самофокусировке.....	21
Капцов О.В.....	22
Построение решений трехмерных уравнений Кадомцева-Петвиашвили.....	22
Конторович В.....	23
Самогравитирующий закрученный тороидальный вихрь.....	23
Копьев А.В., Ильин А.С., Сирота В.А., Зыбин К.П.	24
Спектр магнитной энергии, создаваемый турбулентным динамо: эффект статистической необратимости по времени	24
Кузнецов Е.А.	25
Квазиклассическая теория звукового коллапса в средах с положительной дисперсией	25
Кулагин Н.Е., Лерман Л.М., Малкин А.И.....	26
Солитоны и кавитоны в нелокальном уравнении типа Уизема.....	26
Левина Г.В.	27
Спиральный циклогенез от экватора до полюсов.....	27
Маслов Е.М., Кутвицкий В.А.....	29
Прохождение пробных частиц через осциллирующие сферически-симметричные конфигурации тёмной материи.....	29
Мохов О.И.....	30
Об интегрируемости неплоских уравнений ВДВВ.....	30
Пелиновский Е., Кокоулина М., Епифанова А., Куркин А., Куркина О., Tang M., Масаи Е., Кириллин М.....	31
Модель Гомперца в моделировании распространения COVID-19.....	31
Пушкарев А., Геогжаев В., Захаров В.Е.	32
Об оценке модели ST6 и возможных альтернативах.....	32
Расковалов А.А., Гелаш А.А.	33
Резонансное взаимодействие солитонов в системе Манакова.....	33
Рассадин А. Э.....	34
О некоторых новых результатах в теории счётномерных систем обыкновенных дифференциальных уравнений	34
Рубан В.П.	35
Новые структуры в бинарных бозе-конденсатах, наблюдаемые в численных экспериментах	35
Смолина Е.О., Смирнов Л.А., Смирнова Д.А.....	36
Модуляционная неустойчивость в топологических фотонных решетках.....	36

Институт прикладной физики Российской Академии наук.....	36
Слюняев А.В., Степанянц Ю.А., Ducrozet G.....	37
Трансформация солитонов огибающей поверхностных волн на скачке глубины	37
Сонечкин Д.М., Вакуленко Н.В.....	38
Полифония короткопериодных климатических изменений	38
Сулейманов Б.И.....	39
Изомонодромное квантование второго уравнения Пенлеве посредством эквивалентных консервативных гамильтоновых систем с двумя степенями свободы	39
Халипов В.Л., Чернышев А.А., Синевич А.А.	40
Развитие электростатической Фарли-Бунемановской неустойчивости в полосе поляризованного джета в субавроральной ионосфере во время суббуревых возмущений геомагнитного поля	40
Хатунцева О.Н.....	41
Метод описания скачкообразных переходных процессов	41
Шмидт А.В.....	42
Автомодельное вырождение дальнего закрученного турбулентного следа	42
Agafontsev D.S., Zakharov V.E.....	43
Growing of integrable turbulence: new results	43
Chefranov S.G., Chefranov A.S.....	44
Exact solution to the main turbulence problem for a compressible medium and the universal $-8/3$ law turbulence spectrum	44
Dryuma V.S.....	45
On the Killing vectors of the 14D metric related to the Navier-Stokes equations.....	45
Kochurin E., Ricard G., Falcon E., Zubarev N.	46
Numerical study of the free surface magnetohydrodynamic wave turbulence	46
Konopelchenko B.....	47
Homogeneous Euler equation. Universality and gradient catastrophes	47
Lushnikov P.....	48
Logarithmic scaling and critical collapse in Davey-Stewartson equation	48
Vasko I.	49
Kinetic-scale current sheets in the solar wind: properties and scale-invariant features.....	49

Бадулин С., Гневывшев В., Степанянц Ю.

Корабельные волны на поверхности океана со сплошным ледяным покрытием

Сергей Бадулин^{1,2}, Владимир Гневывшев¹, Юрий Степанянц³

¹ *Институт океанологии П.П.Шуриова РАН, Москва*

² *Сколковский институт науки и технологий, Москва*

³ *University of Southern Queensland, Toowoomba, Australia.*

Исследуется кинематика и динамика стационарного волнового следа за источником, движущимся по поверхности ледяной пластины с постоянной скоростью U в бесконечно глубоком океане. Для решения задачи в классической постановке Кельвина используется недавно предложенный метод эталонных решений [1, 2] как альтернатива методу стационарной фазы. Показано, что предложенный метод обладает рядом преимуществ при описании линейных волн в многомерной среде и асимптотически сводится к методу стационарной фазы. Как известно, на поверхности океана, покрытого упругой ледяной пластиной, существуют изгибно-гравитационные волны (ИГВ) [3, 4], качественно близкие по своим свойствам к хорошо изученным гравитационно-капиллярным волнам [1, 2]. Ключевой особенностью ИГВ является знакопеременная дисперсия и связанное с этим наличие минимумов фазовой и групповой скоростей. Последнее обстоятельство приводит к формированию особенностей в описании кинематики (геометрии изофаз) и динамики стационарного волнового следа. Показано, что помимо картин следа, характерных для чисто гравитационных или чисто капиллярных волн, при достаточно больших скоростях источника ($U > 1.7527 \cdot \min(C_{ph})$) формируется еще одно семейство *веерных* волн (fan waves), ограниченное лучами, отвечающими минимумам фазовой и групповой скоростей. Построенные на основе предложенного асимптотического метода решения для амплитуд волн обнаруживают особенности на тех же лучах при любых значениях скоростей, для которых формируется стационарный волновой след, т.е. при $U > \min(C_{ph})$. Для минимума групповой скорости, т.е. для соответствующего угла Маха $\beta_g = \arccos(\min(C_g)/U)$, показано аномально медленное убывание амплитуды волн, обратно пропорциональное корню квадратному из расстояния до источника. На луче, соответствующем минимальной фазовой скорости (фазовый угол Маха $\beta_{ph} = \arccos(\min(C_{ph})/U)$), амплитуда волн стремится к нулю, однако, производные волновых полей терпят разрыв на этом луче. Последнее может означать разрыв напряжений в ледяной пластине, т.е. потенциальную угрозу её целостности. Эта практически важная задача требует дальнейшего изучения с учётом диссипации и нелинейности.

- [1] Гневывшев В.Г., Бадулин С.И. Об асимптотическом поведении пакетов линейных волн в многомерном случае. Эталонные решения. ВМУ. Серия 3. Физика. Астрономия. 2017, № 4, 73–80.
- [2] Gnevyshev, V.G., Badulin, S.I. On reference solutions for ship waves. AIP Adv. 2020, 10, 025014.
- [3] Хейсин Д.Е. Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеиздат, 1967, 215 с.
- [4] Davys, J.W., Hosking, R.J., Sneyd, A.D. 1985 Waves due to a steadily moving source on a floating ice plate. J. Fluid Mech., 158, 269–287.

**Балакин А.А., Скобелев С.А., Анашкина Е.А.,
Андрианов А.В., Литвак А.Г.**

***Противофазные ультракороткие солитоны в
многосердцевидных волокнах***

Получено уравнение для анализа самовоздействия волнового поля с произвольным числом колебаний поля в многосердцевидных волокнах (МСФ). Найден и проанализирован новый класс устойчивых противофазных пространственно-временных солитонных структур с малым числом колебаний поля в МСФ, в котором ядра расположены по кольцу. Определена граница устойчивости полученных решений. В качестве примера использования таких солитонов была рассмотрена задача их самокомпрессии в процессе многосолитонной динамики для эффективного укорочения лазерных импульсов до длительности в несколько колебаний поля в МСФ. Численно показано формирование лазерных импульсов с длительностью несколько периодов с энергией в десятки наноджоулей на выходе десяти-ядерного МСФ.

Борисов А.Б.

О интегрируемости $O(3)$ модели (модель \vec{n} поля) в трехмерном и четырехмерном пространстве времени

Трехмерная (3) модель (модель \vec{n} поля) для единичного вектора \vec{n} имеет много численные применения в теории поля и физике конденсированных сред. Показано, что эта модель интегрируема при некоторой дифференциальной связи (определенных ограничениях на градиенты полей $\Theta(r)$, $\Phi(r)$, параметризующих вектор $n(r)$). При наличии дифференциальной связи уравнения модели редуцируются к одномерному уравнению sin-Gordon, определяющему зависимость поля $\Theta(r)$ от вспомогательного поля $a(r)$, и систему двух уравнений $(\nabla S)(\nabla S) = 0$, $\Delta S = 0$ для комплекснозначной функции $S(r) = a(r) + i\Phi(r)$. Показано, что непосредственное решение этой системы дает все известные ранее точные решения модели: двумерные магнитные инстантоны и трехмерные структуры типа «ежей». Найдено точное уравнений для поля $S(r)$ в виде произвольной неявной функции от двух переменных, которое сразу дает вид решения для полей $\Theta(r)$, $\Phi(r)$ в неявном виде.

Исследована интегрируемость динамических уравнений Гейзенберга ($O(3)$ -модели в четырехмерном псевдоевклидовом пространстве-времени. Использована дифференциальная подстановка, сводящая её уравнения к системе из двух уравнений для комплекснозначной функции $S(r, t)$, которая однозначно определяет вектор \vec{n} . Доказано, что решение уравнений для этой функции сводится к решению системы четырех квазилинейных уравнений для вспомогательных полей. Получено их точное решение в виде неявной функции от двух переменных, которая определяет точные решения динамических уравнений Гейзенберга с учетом дифференциальных связей. В качестве примера описаны динамика в пространстве R^3 плоского вихря, структуры типа «ежа» и новые динамические топологические структуры.

**Вергелес С.С., Парфеньев В.М., Воинцев И.А.,
Скоба А.О.**

***Когерентные геострофические вихри при конечном числе
Росси в ограниченном объёме***

Сильное вращение делает турбулентный поток квазидвумерным, что приводит к передаче энергии на крупные масштабы. Недавнее численное моделирование показывает, что при определенных условиях энергия накапливается в самых крупных масштабах системы, образуя когерентные вихревые структуры, известные как конденсаты. Нами проведено аналитическое описание взаимодействия сильного конденсата со слабыми мелкомасштабными турбулентными пульсациями и получено уравнение, позволяющее определить радиальный профиль азимутальной скорости когерентного вихря. При быстром внешнем вращении профили скоростей циклонов и антициклонов идентичны друг другу и хорошо описываются линейно-логарифмической зависимостью. По мере уменьшения внешнего вращения эта симметрия исчезает: максимальная скорость в циклонах больше, а положение максимума ближе к оси вихря по сравнению с антициклонами. Далее, мы учли граничные эффекты. Для типичных экспериментальных условий профиль скорости конденсата на достаточно больших расстояниях от оси вихря определяется линейным трением Экмана, связанным с условиями прилипания на нижней и верхней границах течения. На указанных расстояниях азимутальная скорость когерентного вихря не зависит от расстояния до центра вихря и определяется энергетическим балансом между мощностью накачки и трением о границы.

[1] Vladimir Parfenyev and Sergey Vergeles. Influence of ekman friction on the velocity profile of a coherent vortex in a three-dimensional rotating turbulent flow. To appear in *Physics of Fluids*, 2021.

[2] Parfenyev, V. M., Vointsev, I. A., Skoba, A. O., & Vergeles, S. S. (2021). Velocity profiles of cyclones and anticyclones in a rotating turbulent flow. *Physics of Fluids*, 33(6), 065117.

Веретеннов Н.А., Розанов Н.Н., Федоров С.В.

Трубчатые и поляризационные лазерные солитоны

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

В рамках обобщенного уравнения Гинзбурга-Ландау размерности $(3 + 1)$ найден новый тип топологических солитонов в лазерах с насыщающимся поглощением, которые являются переходными между двумерными и трехмерными [1-3]. Такие трубчатые солитоны порождаются двумерным вихревым солитоном с топологическим зарядом m за счет его удлинения вдоль оси лазера. При этом изолированная фазовая сингулярность превращается в вихревую линию или $|m|$ линий. Вихревая линия прямолинейна для лазеров с докритической длиной резонатора и искривляется при больших длинах. Если исходный двумерный солитон характеризовался линейной поляризацией, то при выходе за рамки квазиоптического приближения поляризация трубчатого солитона становится эллиптической. Она меняется по поперечному сечению, причем излучение обладает поляризационными сингулярностями.

Динамика излучения полупроводниковых лазеров с вертикальным резонатором и насыщающимся поглощением в приближении среднего поля описывается поперечно-двумерной геометрией. Связанная система уравнений для двух поляризационных компонент огибающей поля содержит малый параметр ε – отношение двух релаксационных постоянных. Найдено, что при $\varepsilon = 0$ имеется сплошной спектр устойчивых локализованных структур с произвольной эллиптической, но неизменной по апертуре лазера поляризацией, при этом соотношение интенсивностей компонент произвольное при фиксированной суммарной интенсивности. Однако при сколь угодно малых, но ненулевых значениях ε вырождение снимается и спектр поляризационных солитонов становится дискретным. Эти солитоны обладают поляризационными сингулярностями, различающимися при регистрации различных поляризационных компонент излучения.

Найденные устойчивые локализованные структуры, обладающие не только фазовыми, но и поляризационными сингулярностями, значительно расширяют арсенал топологических диссипативных солитонов. Поскольку такие сингулярности имеют топологический характер и соответствующую топологическую защищенность от шумов и дефектов схемы, они перспективны для информационных приложений.

Исследование поддержано грантом РФФИ 18-12-00075.

1. N. Veretenov, S. Fedorov, and N. Rosanov. Tubular laser solitons. *Optics Letters* **46**, No. 16/15, 4076-4079 (2021).
2. Н. Н. Розанов, И. А. Александров, М. В. Архипов, Р. М. Архипов, И. Бабушкин, Н. А. Веретеннов, А. В. Дадеко, Д. А. Тумаков, С. В. Федоров, “Диссипативные аспекты экстремальной нелинейной оптики”, *Квантовая электроника* **51**, № 11, 959–969 (2021).
3. Н.Н. Розанов. *Диссипативные оптические и родственные солитоны* (М.: Физматлит, 2021).

Гелаш А.А.

Сложные взаимодействия бризеров

1. *Институт автоматки и электрометрии СО РАН, Новосибирск*
2. *Сколковский институт науки и технологий, Москва*

В докладе представлены различные сценарии нелинейного взаимодействия бризеров фокусирующего нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) на фоне неустойчивого конденсата. Примерами таких – сложных взаимодействий, являются фазово-синхронизованные столкновения 3-х и более бризеров [1], а также частотно синхронизованные осцилляции двух и более бризеров формирующих бризерную молекулу [2]. Теоретической основой для расчета таких взаимодействий являются широко известные точные мульти-бризерные решения НУШ, а также формулы для пространственно-фазовых сдвигов приобретаемых бризерами после столкновений [1] и условия соизмеримости бризерных частот [2]. Отдельное внимание в докладе будет уделено новым сценариям сложных мульти-бризерных столкновений и возможности их экспериментального наблюдения.

[1] A.A. Gelash, Formation of rogue waves from a locally perturbed condensate, *Phys. Rev. E*, 2018, 97, 022208.

[2] G. Xu, A. Gelash, A. Chabchoub, V. Zakharov and B. Kibler, Breather wave molecules. *Phys. Rev. Lett.*, 2019, 122(8), 084101.

Геогджаев В.В.

Уравнение Хассельманна для изотропного спектра: три измерения вместо пяти

Одним из частных случаев эволюции спектров поверхностных волн на воде является эволюция изотропного спектра. Такая ситуация является в основном теоретической, однако имеет важное значение как для лучшего понимания общего (анизотропного) случая, так и для калибровки моделей.

Мы представляем метод, позволяющий упростить уравнения Хассельмана в изотропном случае, сведя интеграл взаимодействий с трёхмерного до двумерного. Учитывая общую симметрию по углу, это уменьшает размерность задачи с пяти до трёх.

Гордин В.А., Романов А.С.

Компактные разностные схемы для нелинейных уравнений в частных производных

В.А.Гордин (НИУ- ВШЭ & Гидрометцентр России), А.С.Романов (НИУ- ВШЭ)

Уравнения, которые можно решать численно этим методом, охватывают весьма широкий класс. Например: Эйлера – Хопфа, Бейтмена – Бюргера, Фишера – Колмогорова – Петровского – Пискунова, Лейбензона, нелинейное уравнение Шрёдингера и т.д. Неявные компактные схемы (в соединении с явной схемой второго порядка) позволяют существенно повысить точность решения. Если к алгоритму добавить сглаживающий оператор, то можно существенно приблизиться к градиентной катастрофе без потери точности. Алгоритм экономичен: на каждом шаге по времени применяется стандартный и дешевый алгоритм прогонки. Проводится экспериментальное сравнение с классическими конечно-разностными схемами.

Публикация подготовлена в ходе работы (№ проекта 20-04-021) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)» в 2020– 2021 гг.

1. [V.A.Gordin](#), [E.A.Tsybalov](#). Compact difference scheme for parabolic and Schrodinger-type equations with variable coefficients. J. Comp. Phys. V.375, pp.1451-1468, 2018.
2. [V.A.Gordin](#), [E.A.Tsybalov](#). Compact difference schemes for weakly-nonlinear parabolic and Schrodinger-type equations and systems. ArXiv preprint arXiv: 1712.05185, (2017).
3. В.А.Гордин. Компактные разностные схемы для аппроксимации дифференциальных соотношений. «Математическое моделирование» 2019, 31(7), стр.58-74.

Гриневич П.Г., Сантини П.М.

***Неустойчивые моды линеаризации вблизи бризеров
Ахмедиева – регулярный подход***

Недавно нами было показано, что имеющееся в литературе утверждение об линейной устойчивости бризеров Ахмедиева и их суперпозиций за счет "насыщения нелинейности" ошибочно, однако неустойчивые моды были вычислены прямым подбором коэффициентов. В частности, возникал вопрос, почему достаточно рассматривать производные квадратов волновых функций по спектральному параметру не выше второй и будет ли указанный набор собственных функций полным. Мы даем ответ на этот вопрос с использованием техники, разработанной И.М. Кричевером.

Доброхотов С.Ю., Миненков Д.С., Назайкинский В.Е.

Теорема об асимптотической редукции нелинейных уравнений мелкой воды со свободной границей в бассейне с пологим берегом к задаче с фиксированной границей

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

В докладе обсуждается аккуратное доказательство анонсированного на предыдущих сессиях Совета по нелинейной динамике результата об асимптотической редукции нелинейных уравнений мелкой воды со свободной границей в бассейне с пологим берегом к задаче с фиксированной границей в одномерном и двумерных случаях. Из него следует простой практический алгоритм построения асимптотических решений нелинейных уравнений мелкой воды состоящий из двух шагов: (1) построение решений линейных уравнений с фиксированной границей (береговой линией) и (2) представление решений нелинейных уравнений в параметрической форме, основанной на решениях шага (1).

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 21-71-30011).

Дремов С.В., Качулин Д.И., Дьяченко А.И.

***Система уравнений для двумерных волн,
распространяющихся на поверхности трёхмерной глубокой
жидкости***

С.В. Дремов^{1,3}, Д.И. Качулин^{1,3}, А.И. Дьяченко^{2,3}

1 Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск

2 Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, г. Черноголовка

3 Сколковский институт науки и технологий, г. Москва

Рассматривается гидродинамика потенциальных течений 3D идеальной несжимаемой жидкости со свободной поверхностью в поле тяжести в приближении уравнения Захарова. Предложена гамильтонова система суперкомпактных уравнений для двумерных встречных поверхностных волн на глубокой воде. В рамках этой модели аналитически и численно исследовалась задача о модуляционной неустойчивости для монохроматической и стоячей волн, исследовались резонансные взаимодействия волн для «восьмерки» Филлипса. Следует также отметить, что предлагаемая модель обладает теми же интегралами движения, что и исходное уравнение Захарова.

Дружинин О.А.

О динамике дрейфового течения при слабом ветре

Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950

E-mail: druzhinin@ipfran.ru

Прямым численным моделированием (DNS) исследована динамика дрейфового течения в приповерхностном водном слое, находящемся под воздействием турбулентного ветра. В DNS рассматриваются сравнительно небольшие (до $2 \cdot 10^4$) балковые числа Рейнольдса воздушного потока, когда воздушный погранслой турбулентный, а пульсации скорости в воде достаточно малы, и водная поверхность остается аэродинамически гладкой. Показано, что в приповерхностном водном слое развивается дрейфовое течение, и скорость которого монотонно растет со временем. На больших временах развивается неустойчивость, приводящая к насыщению роста дрейфовой скорости. В DNS определено пороговое значение числа Рейнольдса, при котором дрейфовое течение становится неустойчивым, и получена параметризация поверхностной скорости дрейфа в терминах скорости трения воздушного потока.

**Журавлева, Е.Н., Зубарев Н.М., Зубарева О.В.,
Карабут Е.А.**

Точные решения задачи о динамике жидкости со свободной поверхностью, помещенной между двумя сближающимися вертикальными стенками

Представлены точные решения классической задачи о плоском нестационарном потенциальном течении несжимаемой жидкости со свободной границей. Жидкость занимает полубесконечную полосу, ограниченную свободной границей (сверху) и (с боков) двумя твердыми вертикальными стенками, сближающимися с постоянной скоростью. Решения найдены для ситуации, когда капиллярность и гравитационные силы отсутствуют, а движение жидкости полностью обусловлено движением стенок. В решениях уравнений движения неизбежно возникают сингулярности за конечное время: это время ограничено сверху моментом столкновения стенок. Рассмотрены примеры точных решений, соответствующие формированию пузырей, точек заострения и капель. Также приводятся и анализируются решения, описывающие коллапс пузыря.

Журенков Я.А., Губарев Ю.Г.

К неустойчивости трехмерных состояний динамического равновесия плазмы Власова-Максвелла

НГУ, ИГиЛ СО РАН

Изучается задача линейной устойчивости одного подкласса пространственных состояний динамического равновесия безграничной бесстолкновительной электронейтральной плазмы Власова-Максвелла, вмещающей в себя счетный набор сортов заряженных частиц со стационарными функциями распределения, которые переменны и по физическому континууму, и по пространству скоростей. Прямым методом Ляпунова доказана абсолютная неустойчивость этих состояний равновесия относительно трехмерных малых возмущений. Получены конструктивные достаточные условия линейной практической неустойчивости. Построена априорная экспоненциальная оценка снизу и описаны начальные данные для нарастающих во времени малых пространственных возмущений. Обращено достаточное условие линейной устойчивости Ньюкомба-Гарднера-Розенблюта, выявлен его формальный характер. Установленные результаты полностью согласуются с теоремой Ирншоу о неустойчивости равновесных конфигураций точечных электрических зарядов, распространяют ее действие на бесконечную бесстолкновительную электронейтральную плазму Власова-Максвелла, а также расширяют область применимости этой теоремы с классической механики на статистическую.

Зинина В.П., Губарев Ю.Г.

К неустойчивости одномерных состояний динамического равновесия электронного газа Власова-Пуассона

НГУ, ИГиЛ СО РАН

Краткая аннотация доклада. Изучается задача линейной устойчивости одномерных динамических состояний некоего подкласса локальных термодинамических равновесий безграничного бесстолкновительного электронного газа в электростатическом приближении – газа Власова-Пуассона, вмещающего в себя электроны со стационарной функцией распределения, которая изотропна по физическому пространству, но переменна по скоростному континууму. Прямым методом Ляпунова доказана абсолютная неустойчивость этих одномерных динамических состояний локальных термодинамических равновесий относительно одномерных же малых возмущений. Получены конструктивные достаточные условия линейной практической неустойчивости. Построена априорная экспоненциальная оценка снизу и описаны начальные данные для нарастающих во времени малых одномерных возмущений. Обращено достаточное условие линейной устойчивости Ньюкомба-Гарднера-Розенблюта, выявлен его формальный характер. Сконструированы аналитические контр-примеры к спектральной теореме Ньюкомба-Гарднера. Установленные результаты полностью согласуются с теоремой Ирншоу о неустойчивости равновесных конфигураций точечных электрических зарядов и расширяют область ее применимости с классической механики на статистическую.

Ингель Л.Х.

Парадоксы склоновых течений

ФГБУ «НПО «Тайфун», 249038, г. Обнинск, ул. Победы, 4. lev.ingel@gmail.com

Пусть жидкая (газообразная) среда в поле силы тяжести ограничена снизу охлаждающейся наклонной поверхностью. Охлаждённый у поверхности и, следовательно, более плотный слой среды будет стекать вниз под собственной тяжестью. Случай положительных отклонений плавучести (нагрева снизу) при не слишком больших амплитудах этих отклонений во многом симметричен – возникают восходящие движения вдоль склона. Теории течений над охлаждаемыми (нагреваемыми) наклонными поверхностями посвящена обширная литература. Одно из важнейших приложений – склоновые ветры, весьма распространенные в атмосфере. В частности, они сильно выражены и весьма стабильны на огромных территориях над ледниками Антарктиды и Гренландии.

Широко известная стационарная одномерная модель склоновых течений Прандтля обладает некоторыми парадоксальными, на первый взгляд, свойствами. В частности, максимальная скорость стационарного склонового течения в устойчиво стратифицированной среде при заданном отклонении температуры наклонной нижней границы, согласно этой модели, не зависит от угла наклона. Таким образом, отсутствует предельный переход к случаю нулевого угла. Более того, в случае краевого условия 2-го рода (заданного отклонения потока тепла снизу) максимальная скорость даже увеличивается с уменьшением угла. В докладе анализируется эта ситуация.

Другой нетривиальный вопрос возникает при учете пространственной неоднородности коэффициентов обмена (например, эффективные коэффициенты турбулентного обмена в атмосфере, зависят от расстояния до твердой границы). Обращается внимание на то, что горизонтальные вариации коэффициентов переноса приводят к возникновению течений даже при отсутствии в стратифицированной среде источников тепла и количества движения. Поэтому в турбулентной среде над наклонной поверхностью возникает упорядоченное течение вдоль склона. Статические решения в стратифицированной среде над наклонной поверхностью при учете пространственной неоднородности коэффициентов переноса отсутствуют при любых краевых условиях. Приведен пример точного решения для течений, связанных с упомянутыми пространственными неоднородностями.

Камалетдинов С., Хатчинсон И., Васько И., Артемьев А., Лотекар Э., Мозер Ф.

Медленные электронные дыры в земной магнитосфере

Сергей Камалетдинов^{1,2}, Иан Хатчинсон³, Иван Васько^{1,4}, Антон Артемьев^{1,5},
Эджей Лотекар⁶ и Форест Мозер^{4,7}

¹*Институт Космических Исследований РАН, г. Москва (serjesmail@gmail.com)*

²*Факультет Физики, Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", г. Москва*

³*Plasma Science and Fusion Center, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, USA*

⁴*Space Science Laboratory, University of California, Berkeley, California, USA*

⁵*University of California, Los Angeles, California, USA*

⁶*Swedish Institute of Space Physics, Uppsala, Sweden*

⁷*Department of Physics, University of California at Berkeley*

Электронные дыры (electron phase space holes) один из самых распространенных типов электростатических уединенных волн в плазме, часто наблюдаемых на нелинейной стадии развития различных электронных потоковых неустойчивостей. Интерес к таким структурам связан с их распространенностью в космической плазме и возможным вкладом в аномальное сопротивление плазмы. Спутниковые миссии последних двух десятилетий позволили собрать весьма репрезентативную статистику структур данного типа. В результате было надежно установлено, что электронные дыры могут иметь скорости сопоставимые с тепловыми скоростями ионов – так называемые медленные электронные дыры. Это наблюдение, однако, находится в противоречии с результатами численного моделирования, которое показало, что электронные дыры не могут стабильно поддерживать столь низкие скорости. В рамках данной работы представлены многоспутниковые наблюдения большего кластера медленных электронных дырок в хвосте земной магнитосферы. Используя метод многоспутниковой интерферометрии, получены надежные оценки их скорости. Анализ измерений ионной функции распределения выявил, что скорости электронных дыр отвечают локальному минимуму между двумя ионными популяциями. Проведенный нами теоретический анализ показал, что именно это условие позволяет медленным электронным дырам устойчиво поддерживать скорости порядка тепловой скорости ионов. Статистический анализ других событий показал, что выбранное нами событие не является исключительным и скорости наблюдаемых медленных электронных дыр всегда отвечают локальному минимуму функции распределения ионов.

Камчатнов А.М., Шайкин Д.В.

Распространение фронта неустойчивости при самофокусировке

*Институт спектроскопии РАН
Московский физико-технический институт*

Малое возмущение плавного распределения интенсивности света в модуляционно неустойчивой системе ведёт к образованию области сильных нелинейных осцилляций, что является механизмом филаментации широких оптических пучков в нелинейной фокусирующей среде. Мы развиваем асимптотический метод, позволяющий найти скорость распространения фронта этой области неустойчивости. Предполагается, что амплитуда осцилляций на фронте ещё достаточно мала, чтобы эту скорость можно было считать равной групповой скорости линейной волны при некотором волновом числе, которое определяется дополнительным условием: групповая скорость должна иметь минимум в области устойчивости распространяющихся волн. Метод проиллюстрирован приложением к классическим задачам о самофокусировке Таланова и Ахманова-Сухорукова-Хохлова. Аналитические формулы подтверждены численным моделированием.

Капцов О.В.

Построение решений трехмерных уравнений Кадомцева-Петвиашвили

В работе вычислена группа точечных преобразований, допускаемая трехмерным уравнением Кадомцева-Петвиашвили. Допускаемая группа является бесконечной. Она включает подгруппы переносов, растяжений, вращений, а также обобщенное преобразование Галилея. Построен пример инвариантного решения. Найдены точные решения этого уравнения в виде двойных и тройных волн. Полученные решения выражаются через элементарные функции и описывают взаимодействие пары солитонов. Кроме того, построены гладкие ограниченные рациональные решения.

Конторович В.

Самогравитирующий закрученный тороидальный вихрь

*Нетания, Израиль
vkont1001@gmail.com*

Закрученные вихри, т.е. кольцевые вихри с движением вдоль образующей кольца, играют важную роль в авиации и астрофизике. В последнем случае закрутка связана с орбитальным движением, а сами вихри являются самогравитирующими. Это позволяет им существовать и в отсутствие внешней среды [1]. Лабораторное исследование закрученных вихрей связано с большими сложностями из-за возникающих неустойчивостей. Численные эксперименты [2] подтверждают теоретические выводы о замедлении поступательного движения вихрей под влиянием закрутки (эффект Виднелл-Сафмена [3]).

Астрономические наблюдения кольцевых галактик предоставляют новые возможности изучения закрученных вихрей. Особенно удобной является кольцевая галактика Хога, видимая в анфас. На то, что она является закрученным вихрем, указывает целый ряд наблюдательных данных [4], а также гипотеза об ее образовании в результате слияния галактик. Представление о закрученном самогравитирующем вихре позволяет с единой точки зрения, как это показано в работах Банниковой, Пославского и автора [5], объяснить наличие спиральной структуры в кольце, его морфологию, глобальное вращение кольца и центральной компактной галактики.

1. Е.Ю.Банникова, К.Блиох, В.Конторович, Эволюция самогравитирующие тороидального вихря. Сб. «Нелинейные волны 2004», под ред. А.В.Гапонова-Грехова, Нижний Новгород, ИПФ РАН, 2005, с. 243.
2. M. Cheng, et al, Physics of fluids **22**, 097101 (2010)
3. S.Widnall, ARFM **7**, 141 (1975). P.G. Saffman, Vortex Dynamics, CUP (1978).
4. A. Hoag, AJ. **55**, 170 (1950), N. Brosch, A&Ap. **153**, 199 (1985), F. Schweizer, et al, ApJ. **320**, 454 (1987), I. Finkelman, et al, MNRAS. **418**, 1834 (2011).
5. V.Kontorovich, E.Yu. Bannikova and S. Poslavskii, LTP, 2022 (in press), E.Yu. Bannikova, V. Kontorovich and S. Poslavskii, XIII Міжнародна конференція до 100-річчя Іллі Михайловича Ліфшица, Харків, ХНУ, с. 98 (2017), V. M. Kontorovich, E. Yu. Bannikova and S. A. Poslavskii, XIV Міжнародна наукова конференція "Фізичні явища в твердих тілах", Харків, ХНУ, с. 82 (2019),

Копьев А.В., Ильин А.С., Сирота В.А., Зыбин К.П.

Спектр магнитной энергии, создаваемый турбулентным динамо: эффект статистической необратимости по времени

А.В. Копьев¹, А.С. Ильин^{1,2}, В.А. Сирота¹, К.П. Зыбин^{1,2}
¹ Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва
² НИУ «Высшая школа экономики», Москва

Интенсивные магнитные поля наблюдаются в большом количестве астрофизических систем. Наиболее распространенной теорией их возникновения считается теория турбулентного динамо [1]. Согласно этой теории магнитное поле генерируется турбулентным потоком плазмы, составляющей тот или иной астрофизический объект. При наблюдении реальных астрофизических объектов мы почти всегда имеем дело со статистически установившейся картиной магнитного поля, а не с самим процессом генерации. Причиной насыщения магнитной энергии чаще всего выступают не только диссипативные процессы, но и обратное воздействие магнитного поля на поток турбулентной плазмы через силу Лоренца. Построение адекватной теоретической модели столь сложного нелинейного взаимодействия невозможно без глубокого понимания процессов генерации магнитного поля на начальной (кинематической) стадии, когда сила Лоренца мала и обратным влиянием можно пренебречь [2].

Нами была исследована [3] кинематическая стадия эволюции магнитного поля, создаваемого турбулентным гидродинамическим потоком сильно проводящей плазмы (то есть с большим магнитным числом Прандтля). Мы использовали обобщение [4, 5] модели Казанцева-Крайчнана [6, 7] для учета статистической необратимости турбулентного потока по времени. Было показано, что спектр магнитной энергии описывается степенным законом, но его наклон менее крутой, чем предсказано моделью Казанцева-Крайчнана ($k^{1.1}$ вместо $k^{3/2}$). Этот результат хорошо согласуется с численным моделированием [8].

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 20-12-00047 «Самосогласованная теория космических лучей в молекулярных облаках».

1. Ya.B. Zeldovich, A.A. Ruzmaikin, D.D. Sokoloff 'Magnetic Fields in Astrophysics' NY: Gordon & Breach. (1984)
2. R. Kulsrud and S. Anderson, *Astrophys. J.*, 396, 606, 9 (1992)
3. A.V. Kopyev, A.S. Il'yn, V.A. Sirota and K.P. Zybin, *under preparation*
4. A.S. Il'yn, V.A. Sirota and K.P. Zybin, *Journ. Stat. Phys.*, 163, 765 (2016)
5. A.S. Il'yn, V.A. Sirota and K.P. Zybin, *Phys. Scr.*, 94, 064001 (2019)
6. Казанцев А.П. «Об усилении магнитного поля проводящей жидкостью», *ЖЭТФ*, 53, 5 (11), 1806-1813 (1967)
7. R. Kraichnan and S. Nagarajan, *Phys. Fluids*, 10, 859 (1967)
8. M.K. Verma and R. Kumar, *J. Turbul.*, 17, 1112 (2016)

Кузнецов Е.А.

Квазиклассическая теория звукового коллапса в средах с положительной дисперсией

ФИАН, ИТФ им. Ландау и Сколтех

В рамках трехмерного уравнения Кадомцева-Петвиашвили (КП) изучается коллапс звуковых волн с положительной дисперсией, используя квазиклассическое приближение, а также вариационный подход. Для системы с гидродинамической нелинейностью, каким является уравнение КП, построено квазиклассическое описание трехмерного коллапса, которое представляет собой обобщение уравнений Уизема для уравнения КДВ. Для акустических волн с положительной дисперсией в рамках этого описания получена иерархия автомодельных режимов коллапса. Одна граница этой иерархии соответствует сильному коллапсу, при котором энергия, попадающая в сингулярность, конечна. Существование этого режима подтверждается вариационным подходом. Другая граница коллапсирующей иерархии отвечает автомодельному решению трехмерного уравнения КП.

Данная работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 19-72-30028).

Кулагин Н.Е., Лерман Л.М., Малкин А.И.

Солитоны и кавитоны в нелокальном уравнении типа Уизема

Кулагин Н.Е. (Институт физхимии и электрохимии им. Фрумкина, РАН),

Лерман Л.М. (ВШЭ),

Малкин А.И. (Институт физхимии и электрохимии им. Фрумкина, РАН)

В работе изучаются солитоны и кавитоны (локализованные решения уравнения с особенностями) нелокального уравнения типа Уизема. Уравнение для бегущих волн является нелинейным дифференциальным уравнением четвертого порядка, зависящим от двух параметров, которое после введения новых переменных сводится к системе четырех уравнений первого порядка, являющейся обратимой и гамильтоновой, определенной на двулистом накрытии 4-мерного полупространства. В случае малости одного из параметров система становится быстро-медленной гамильтоновой. Основной задачей работы является поиск и классификация гомоклинических траекторий системы для состояния равновесия в начале координат, лежащего на одном из листов, которое, в зависимости от значений параметров, может иметь различный тип, в интересующем нас случае – либо седло-центром, либо седло-фокусом. Траектории системы, остающиеся при движении целиком на одном листе, являются гладкими, а траектории, которые пересекают плоскость ветвления, являются разрывными аналитическими кривыми, которые в точках разрыва продолжаются с помощью перехода через симметричную точку и далее по другому листу. Соответствующие им разрывные гомоклинические траектории называются кавитонами. Для их построения используется обратимость системы. Для исходного уравнения четвертого порядка соответствующее решение непрерывно, но имеет разрывы первой и третьей производной. Для обнаружения гомоклинических решений и классификации их типов используются как аналитические методы (нормальные формы, усреднение, теория бифуркаций, теория поведения траекторий гамильтоновой системы вблизи гомоклинических траекторий к седло-центру (Лерман, Гротта Рагаззо, Мильке-Холмс-О’Рейли и др.) и седло-фокусу (Шильников, Девани, Лерман, Тураев-Джайлс и др.)), так и численные методы для продолжения решений, найденных бифуркационными методами. Наличие гомоклинических решений к седло-центру и седло-фокусу, в силу результатов Лермана, Шильникова, Девани и др. гарантирует сложную динамику системы. Задача о поиске таких локализованных решений для уравнения четвертого порядка может рассматриваться как нелинейная краевая задача относительно второго параметра. Показано, что спектр решений может быть как дискретным (в случае седло-центра), так и сплошным (для седло-фокуса).

1. N.Kulagin, L.Lerman, A.Malkin, Solitons and cavitons in a nonlocal Whitham equation, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Volume 93, February 2021, 105525
2. A.Gevorgian, N.Kulagin, L.Lerman, A.Malkin, Solitons of Whitham equation with resonance dispersion, Chaos, Solitons and Fractals 143 (2021) 110550

Левина Г.В.

Спиральный циклогенез от экватора до полюсов

Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

E-mail: levina@iki.rssi.ru

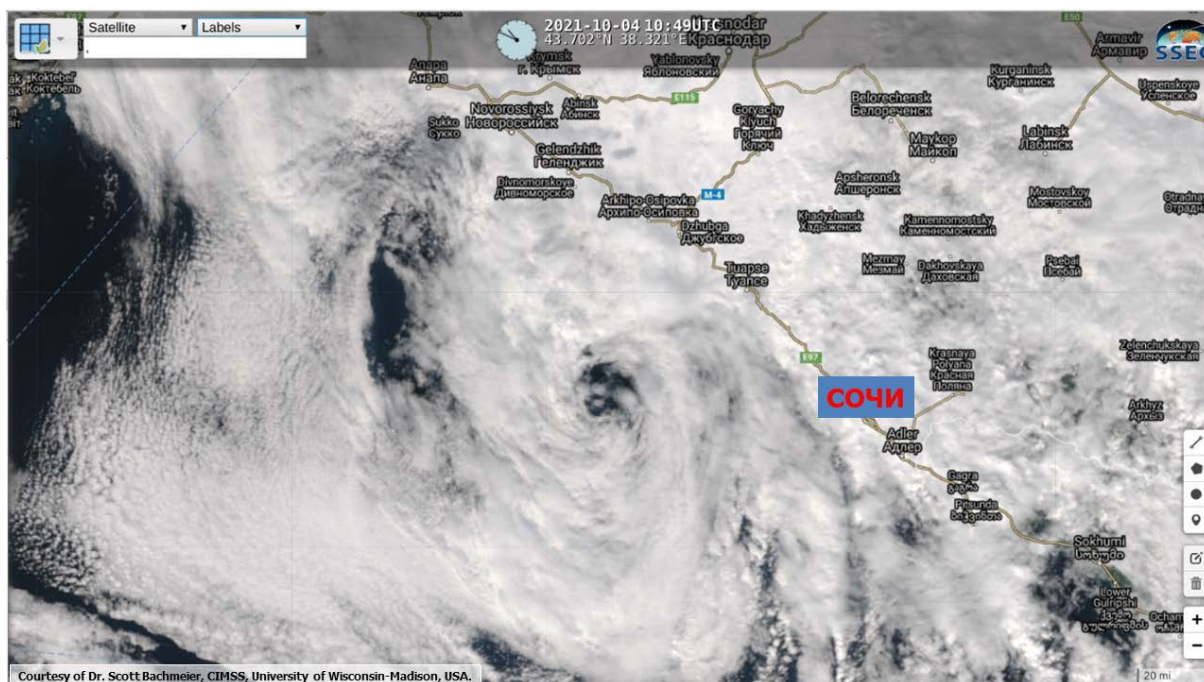
Происходящие изменения климата приводят к увеличению числа интенсивных мезомасштабных атмосферных вихрей, к которым относятся тропические и квазитропические циклоны, и полярные ураганы, и расширению географических и сезонных пределов их появления. Главным источником энергии для таких вихрей является влажная тепловая конвекция, вызванная значительной разностью температур между атмосферным слоем и подстилающей водной поверхностью.

Ещё в 1980-е годы появились две гипотезы: теория турбулентного вихревого динамо [1] и единая концепция спирального циклогенеза [2] в разных климатических поясах планеты, предложенные независимыми группами авторов и объяснявшие формирование интенсивных долгоживущих атмосферных вихрей на основе представлений об обратном каскаде энергии в спиральной атмосферной турбулентности. Новым вкладом в развитие теории турбулентного вихревого динамо стала работа [3], дающая обоснование динамо-эффекта во вращающейся стратифицированной влажной атмосфере и учитывающая наклон оси вращения планеты.

Возможность обоснования динамо-эффекта в реальной атмосфере появилась после открытия американскими учеными вихревой облачной конвекции – Vortical Hot Towers (VHTs) в 2004 году [4]. Реализация турбулентного вихревого динамо в тропической атмосфере Земли, основанная на ключевой роли VHTs в возбуждении и поддержании крупномасштабной спирально-вихревой неустойчивости, показана в российско-американских работах, обзор которых дается в [5].

Обнаружение VHTs в средних широтах при численном моделировании черноморского квазитропического циклона [6], наблюдавшегося в сентябре 2005 года, позволяет распространить концепцию турбулентного вихревого динамо и основанную на ней диагностику применительно к ураганам в разных широтах. Нет сомнения в том, что при правильной стратегии поиска и реализации моделирования высокого разрешения вихревая облачная конвекция будет обнаружена и в полярных мезоциклонах.

Обсуждаются черноморские квазитропические циклоны, возникавшие у побережья России в августе–октябре 2021 года.



Работа выполнена в рамках госзадания № 01.20.0.2.00164 (тема «Мониторинг»). Исследования по диагностике тропического циклогенеза осуществлялись при частичной поддержке Национального научного фонда США по гранту ATM-0733380.

Литература

1. Моисеев С.С., Сагдеев Р.З., Тур А.В., Хоменко Г.А., Яновский В.В. Теория возникновения крупномасштабных структур в гидродинамической турбулентности. ЖЭТФ. 1983. Т. 85. Вып. 6(12). С. 1979–1987.
2. Levich E., Tzvetkov E. Helical inverse cascade in three-dimensional turbulence as a fundamental dominant mechanism in mesoscale atmospheric phenomena. Physics Reports. 1985. V. 128 (1). P. 1–37. [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(85\)90036-5](https://doi.org/10.1016/0370-1573(85)90036-5)
3. Kopp M.I., Tur A.V., Yanovsky V.V. Hydrodynamic α -effect in a rotating stratified moist atmosphere driven by small-scale non-helical force. Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics. 2021. <https://doi.org/10.1080/03091929.2021.1946802>
4. Hendricks E.A., Montgomery M.T., Davis C.A. The role of “vortical” hot towers in the formation of tropical cyclone Diana (1984). J. Atmos. Sci. 2004. Vol. 61. P. 1209–1232. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(2004\)061<1209:TROVHT>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(2004)061<1209:TROVHT>2.0.CO;2)
5. Levina G.V. On the path from the turbulent vortex dynamo theory to diagnosis of tropical cyclogenesis. Open Journal of Fluid Dynamics. 2018. Vol. 8. P. 86–114. <https://doi.org/10.4236/ojfd.2018.81008>
6. Яровая Д.А., Левина Г.В. Исследование вихревой конвекции квазитропического циклона над Черным морем на основе облачно-разрешающего численного моделирования // Тез. Всерос. конф. «Изменения климата: причины, риски, последствия, проблемы адаптации и регулирования», 26–28 ноября 2019 года. Москва. М: Физматкнига, 2019. С. 132.

Маслов Е.М., Кутвицкий В.А.

Прохождение пробных частиц через осциллирующие сферически-симметричные конфигурации тёмной материи

ИЗМИРАН

С помощью теории возмущений мы исследуем уравнения геодезических, описывающие движения пробных частиц в зависящем от времени гравитационном поле, создаваемом сферически-симметричным распределением осциллирующей тёмной материи. В приближении слабого поля получены общие формулы для инфинитных траекторий пробных частиц и найден угол отклонения в главном порядке. Эти результаты справедливы как для нестатических, так и для статических распределений материи. Используя полученные формулы, мы вычисляем угол отклонения пробной частицы, проходящей через сферически-симметричное осциллирующее распределение скалярной тёмной материи с логарифмическим потенциалом самодействия. Показано, что в достаточно широком диапазоне амплитуд осцилляции угла отклонения являются почти синусоидальными и становятся малыми для ультрарелятивистских частиц. В предельном случае, для фотонов осцилляции вообще исчезают. Результаты будут опубликованы в Phys. Rev. D (в печати).

Мохов О.И.

Об интегрируемости неплоских уравнений ВДВВ

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, механико-
математический факультет
mokhov@mi-ras.ru*

Доклад посвящен интегрируемости неплоских уравнений Виттена–Дейкграфа–Верлинде–Верлинде, возникающих в многомерной суперсимметричной механике (см. [1]) и в теории подмногообразий с потенциалом нормалей в псевдоевклидовых пространствах (см. [2]).

Исследование выполнено на механико-математическом факультете Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова за счет гранта Российского научного фонда № 20-11-20214.

[1] N. Kozyrev, S. Krivonos, O. Lechtenfeld, A. Nersessian, A. Sutulin, Curved Witten–Dijkgraaf–Verlinde–Verlinde equation and $N = 4$ mechanics, *Physical Review D*, 96, 101702(R) (2017).

[2] О.И. Мохов, Двойственность в специальном классе подмногообразий и фробениусовы многообразия, *Успехи математических наук*, 63:2(380) (2008).

**Пелиновский Е., Кокоулина М., Епифанова А., Куркин А.,
Куркина О., Tang M., Масан Е., Кириллин М.**

Модель Гомперца в моделировании распространения COVID-19

The paper reports on application of the Gompertz model to describe the growth dynamics of COVID-19 cases during the first wave of the pandemic in different countries. Modeling has been performed for 23 countries: Australia, Austria, Belgium, Brazil, Great Britain, Germany, Denmark, Ireland, Spain, Italy, Canada, China, the Netherlands, Norway, Serbia, Turkey, France, Czech Republic, Switzerland, South Korea, USA, Mexico, and Japan. The model parameters are determined by regression analysis based on official World Health Organization data available for these countries. The comparison of the predictions given by the Gompertz model and the simple logistic model (i.e., Verhulst model) is performed allowing to conclude on the higher accuracy of the Gompertz model.

Published in: Chaos, Solitons and Fractals 154 (2022) 111699.

Пушкарев А., Геогжаев В., Захаров В.Е.

Об оценке модели ST6 и возможных альтернативах

Пушкарев А.^(a,b), Геогжаев В.^(a,c), Захаров В.Е.^(a,b,c)

(a) Сколтех, Москва, Россия

(b) Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Москва, Россия

(c) Институт океанологии им. П.П.Шишова РАН, Москва, Россия

В исследовании оценивается недавно представленная модель прогнозирования поверхностных ветровых волн в океане с помощью анализа автомодельности и численного моделирования уравнения Хассельмана. Модель основана на сбалансированном наборе функций источника ST6 определяющих поступление энергии ветра и ее диссипацию из-за опрокидывания волн, и предлагается в качестве последней опции в оперативной модели прогнозирования волн WAVEWATCH III. В качестве эталона используется классическая задача о возбуждении ветровой волны с ограниченным разгоном при постоянном ортогональном берегу ветре. Установлено, что модель ST6 демонстрирует универсальное квази-автомодельное поведение для разгонов, превышающих ≈ 25 км, а также неуниверсальный рост энергии волн для более коротких разгонов, в зависимости от уровней энергии волн у береговой линии. На основании значений квази-автомодельных индексов, наблюдаемых в модели ST6, мы строим альтернативную модель, которая демонстрирует автомодельное поведение для всего диапазона разгона, наблюдаемого в полевых экспериментах, в отличие от частичного диапазона разгона, обнаруженного в модели ST6. Численное моделирование проводилось с помощью двух независимых численных алгоритмов для расчетов четырехволновых нелинейных взаимодействий.

Расковалов А.А., Гелаш А.А.

Резонансное взаимодействие солитонов в системе Манакова

На основе упрощенной версии метода обратной задачи рассеяния - схемы "одевания" - получены точные решения, описывающие резонансное взаимодействие векторных солитонов (бризеров) на неустойчивом постоянном фоне (на фоне конденсата) в рамках фокусирующей системы Манакова. Под резонансным понимается трехбризерный процесс, т.е. слияние двух солитонов в один, либо распад одного солитона на два. Показано, что распад, либо слияние происходит таким образом, что для частот и волновых чисел взаимодействующих солитонов выполняются стандартные условия резонанса.

Рассадин А. Э.

О некоторых новых результатах в теории счётномерных систем обыкновенных дифференциальных уравнений

А.Э. Рассадин

Высшая школа экономики, Нижний Новгород, Россия, E-mail: brat_ras@list.ru

Исследования в области теории счётномерных систем обыкновенных дифференциальных уравнений можно разделить на три направления. В рамках первого направления системы бесконечного числа уравнений рассматриваются как абстрактные дифференциальные уравнения в тех или иных функциональных пространствах (С.Г. Лобанов, О.Г. Смолянов, С.В. Зелик, А.Н. Куликов, С.Д. Глызин и другие). Второе направление, начатое работами А.Н. Тихонова и К.П. Персидского, интересуется вопросами переноса утверждений, справедливых для систем обыкновенных дифференциальных уравнений в конечномерном пространстве, на бесконечномерный случай. Третье направление, представленное в трудах М. Тоды, Ф. Калоджеро, О.И. Богоявленского, А.В. Михайлова и других, нацелено на получение точных решений счётномерных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

В данной работе обсуждены свойства решений следующих счётномерных систем:

$$\begin{cases} \dot{u} = \mu \cdot u - v - u * (u * u + v * v) \\ \dot{v} = u + \mu \cdot v - v * (u * u + v * v) \end{cases}$$

и

$$\begin{cases} \ddot{u} + u + 2 \cdot u * v = 0 \\ \ddot{v} + v - v * v + u * u = 0 \end{cases},$$

где

$$u(t) = (\dots, u_{-n}(t), \dots, u_{-1}(t), u_0(t), u_1(t), \dots, u_n(t), \dots)$$

и

$$v(t) = (\dots, v_{-n}(t), \dots, v_{-1}(t), v_0(t), v_1(t), \dots, v_n(t), \dots)$$

— счётные множества неизвестных комплекснозначных функций времени, точка над буквой обозначает производную по времени, а

$$(u * v)_n = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u_k \cdot v_{n-k}.$$

Этот доклад продолжает цикл исследований счётномерных систем обыкновенных дифференциальных уравнений, начатый в [1, 2].

1. *Alekseeva E.S., Rassadin A.E.* Exact solution of one nonlinear ordinary differential equation in Banach algebra $l_1(\mathbb{R})$ // Third International Conference on Integrable Systems and Nonlinear Dynamics, and School “Integrable and Nonlinear Days” : Book of Abstracts, Yaroslavl: YarSU, 2021. – 114 p. – (October 4-8, 2021, Yaroslavl). Pp.11-12.

2. *Рассадин А.Э.* Динамические системы в пространстве двусторонних последовательностей и детерминированный хаос // Уфимская осенняя математическая школа: Материалы международной научной конференции (г. Уфа, 6-9 октября 2021 г.). В 2 томах. Том 2 / отв. редактор З.Ю. Фазуллин. Уфа: Аэтерна, 2021. – 274 с. С. 85-87.

Рубан В.П.

***Новые структуры в бинарных бозе-конденсатах,
наблюдаемые в численных экспериментах***

При численном моделировании динамики захваченных ловушкой бинарных атомных бозе-конденсатов в режиме пространственной сегрегации обнаружены некоторые ранее неизвестные долгоживущие комбинированные структуры. Во-первых, это капли относительно более плотной компоненты, плавающие на "поверхности" менее плотной компоненты за счет эффективного поверхностного натяжения [1]. Во-вторых, это устойчиво стратифицированные конфигурации типа "ядро-мантия" при наличии одного или нескольких квантовых вихрей, пронизывающих "мантию" от поверхности Томаса-Ферми к "ядру" и обратно. Подобные системы вихрей демонстрируют интересную динамику [2]. Кроме того, основываясь на концепции эффективного поверхностного натяжения, проведена качественная аналогия между двумя неустойчивостями кратного квантового вихря с заполненной сердцевинкой в бинарном конденсате и классическими неустойчивостями гидродинамического вихря, составленного из двух несмешивающихся жидкостей. Продольная "сосисочная" неустойчивость на нелинейной стадии способна формировать пузыри с парой присоединенных вихрей, тогда как поперечная неустойчивость типа Кельвина-Гельмгольца, нарушающая осевую симметрию, на нелинейной стадии может приводить к более сложным структурам. Обнаружено также параметрическое "окно устойчивости" между двумя этими неустойчивостями [3].

[1] В.П. Рубан, Письма в ЖЭТФ 113, 848 (2021).

[2] В.П. Рубан, ЖЭТФ 160(6), в печати (2021); arXiv:2104.05296.

[3] В.П. Рубан, Письма в ЖЭТФ 113, 539 (2021).

Смолина Е.О., Смирнов Л.А., Смирнова Д.А.

Модуляционная неустойчивость в топологических фотонных решетках

Институт прикладной физики Российской Академии наук

Фотонные топологические изоляторы — это периодические структуры, границы раздела в которых могут поддерживать локализованные спин-поляризованные электромагнитные моды, топологически защищенные от рассеяния на дефектах. Они представляют интерес для многочисленных приложений в телекоммуникационных и вычислительных технологиях. Поскольку материалы, применяемые в топологической фотонике, как правило, обладают достаточно сильной оптической нелинейностью, распространение электромагнитных полей в таких структурах может сопровождаться генерацией гармоник, нелинейными эффектами самовоздействия и модуляционной неустойчивости [1].

Нами были исследованы особенности нелинейных неустойчивостей в фотонных топологических решетках на примере нескольких моделей. Показано, что сценарии развития модуляционной неустойчивости в киральной квадратной решетке с нелинейностью Керровского типа определяются топологическими свойствами энергетических зон. Анализ модуляционной неустойчивости позволяет установить топологию зонной структуры (тривиальна она или нетривиальна). Количество поляризационных сингулярностей, возникающих в результате неустойчивости, квантовано, что может быть напрямую использовано для извлечения топологического инварианта [2]. Также в рамках уравнений Дирака была рассмотрена модуляционная неустойчивость нелинейных краевых волн, поддерживаемых доменными стенками в топологической решетке на основе димеризованного графена [3].

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект 20-72-00148) и РФФИ (проект 19-02-00261).

1. D. Smirnova, D. Leykam, Y. Chong, and Y. Kivshar, "Nonlinear topological photonics," *Applied Physics Reviews* no. 7 (2020): 02136.
2. D. Leykam, E. Smolina, A. Maluckov, S. Flach, and D. A. Smirnova. "Probing band topology using modulational instability." *Physical Review Letters* 126, no. 7 (2021): 073901.
3. D. A. Smirnova, L. A. Smirnov, E. O. Smolina, D. G. Angelakis, and D. Leykam. "Gradient catastrophe of nonlinear photonic valley-Hall edge pulses." *Physical Review Research*, no. 3 (2021): 043027.

Слюняев А.В., Степанянц Ю.А., Ducrozet G.

Трансформация солитонов огибающей поверхностных волн на скачке глубины

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород

НИУ Высшая школа экономики, Н. Новгород

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

School of Sciences, University of Southern Queensland, Toowoomba, Australia

Ecole Centrale Nantes, LHEEA Laboratory (ECN and CNRS), Nantes, France

Исследована трансформация солитонов огибающей поверхностных волн на ступеньке дна в воде конечной глубины. Характеристики групп после скачка глубины определяются в соответствии с линейным приближением. Дальнейшая эволюция рассматривается в рамках слабонелинейной теории. Получены аналитические формулы, описывающие максимально достижимую амплитуду волны в окрестности ступеньки и в дальней зоне. При распространении из области относительно мелкой воды в более глубокую область возможно возникновение волн большей амплитуды (в рамках слабонелинейной теории – формально неограниченно большой). Это происходит из-за конструктивной интерференции между возникающими солитонами огибающей и остаточными квазилинейными волнами. Теоретические результаты хорошо согласуются с данными прямого численного моделирования. В частности, в рамках полных уравнений гидродинамики продемонстрировано более чем двукратное усиление волн. [1]

Ранее возникновение коротких групп, состоящих из очень крутых волн, из полей случайных однонаправленных волн с широким спектром JONSWAP было продемонстрировано в рамках прямого численного моделирования уравнений гидродинамики для потенциальных течений в пределе большой глубины бассейна. С помощью оригинальной схемы оконного преобразования с использованием аппарата задачи рассеяния для нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) было показано, что такие «гидродинамические солитоны огибающей» могут быть интерпретированы как солитоны огибающей НУШ с удивительно стабильными параметрами. [2]

Исследования выполняются при поддержке проекта РФФИ 21-55-15008.

[1] G. Ducrozet, A.V. Slunyaev, Y.A. Stepanyants, Transformation of envelope solitons on a bottom step. *Phys. Fluids*, 2021, 33, 066606.

[2] A.V. Slunyaev, Persistence of hydrodynamic envelope solitons: detection and rogue wave occurrence. *Phys. Fluids* 33, 036606 (2021).

Сонечкин Д.М., Вакуленко Н.В.

Полифония короткопериодных климатических изменений

Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН Москва

Принято считать, что человечество несет основную ответственность за рост температуры во всем мире в период инструментальных метеорологических наблюдений. Цель данного исследования продемонстрировать, что это не так просто. С помощью прямого и обратного вейвлетного преобразования на примере временного ряда средней глобальной приземной температуры воздуха, созданного в Американском национальном центре климатических данных (NCDC), были обнаружены некоторые сложные структуры междугодовых и многодекадных изменений средней глобальной температуры. Происхождение этих структур мы объясняем чандлеровским колебанием полюсов Земли, лунно-солнечной нутацией оси вращения Земли и циклами солнечной активности. Каждая из этих внешних сил индивидуально известна климатологам. Однако впервые продемонстрировано, что реакции климатической системы на эти внешние силы в своей целостности образуют своего рода полифонию, наложенную на общую тенденцию потепления. Безусловно, общая тенденция к потеплению как таковая остается нерассмотренной. Однако его роль не очень существенна в масштабе нескольких десятилетий. Следовательно, именно эта полифония будет определять эволюцию климата в ближайшем будущем, то есть в наиболее важное на данный момент для человечества время.

Сулейманов Б.И.

***Изомонодромное квантование второго уравнения Пенлеве
посредством эквивалентных консервативных
гамильтоновых систем с двумя степенями свободы***

Институт математики с ВЦ, Уфа

Строятся решения трех временных уравнений Шредингера

$$i\hbar\Psi_\tau = H\left(x, y, -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}, -i\hbar\frac{\partial}{\partial y}\right)\Psi,$$

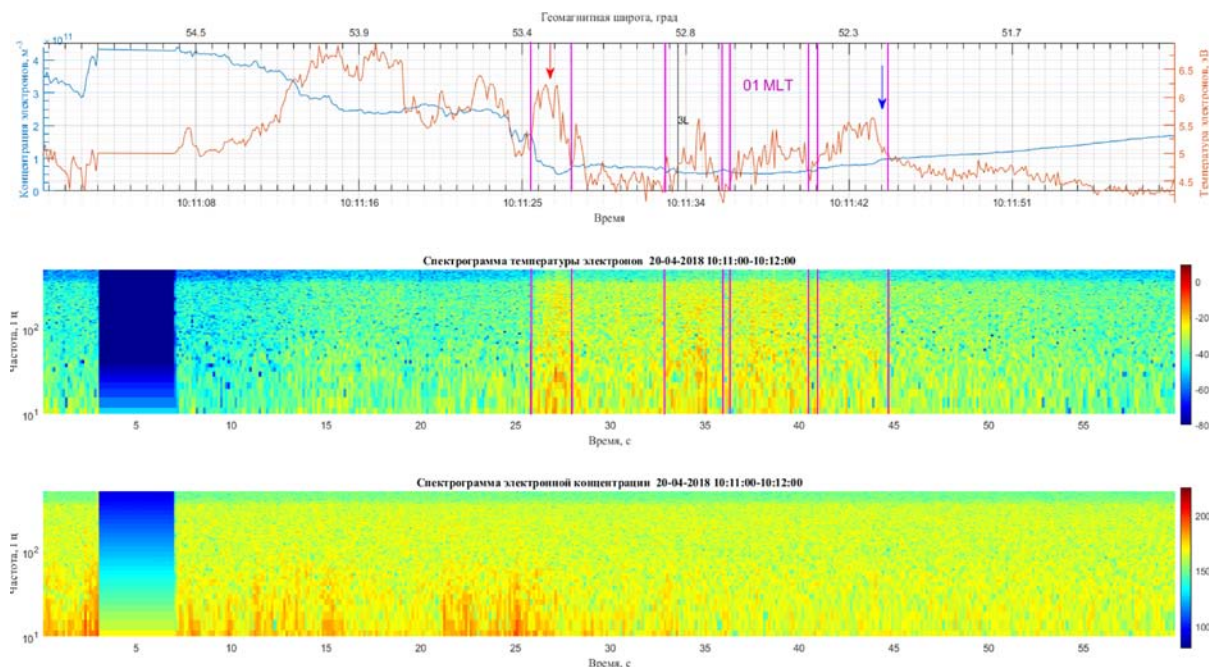
определяемых консервативными гамильтоновыми системами с двумя степенями свободы, эквивалентных второму уравнению Пенлеве $u'' = tu + u^3$. Данные решения уравнений Шредингера явно выписаны в терминах фундаментальных решений систем линейных уравнений метода изомонодромных деформаций, условием совместности которых является второе уравнение Пенлеве. Построенные решения двух временных уравнений Шредингера являются глобально гладкими. Часть предъявленных решений одного из этих двух уравнений экспоненциально стремятся к нулю при $x^2 + y^2 \rightarrow \infty$, если соответствующие решения линейных систем метода изомонодромных деформаций совместны на так называемых 1-усеченных решениях второго уравнения Пенлеве.

Халипов В.Л., Чернышев А.А., Синевиц А.А.

Развитие электростатической Фарли-Бунемановской неустойчивости в полосе поляризационного джета в субавроральной ионосфере во время суббуревых возмущений геомагнитного поля

*Институт космических исследований РАН
Khalipov@iki.rssi.ru*

Во время импульсных возмущений геомагнитного поля, суббурь, в приполярной ионосфере на экваториальной границе кольцевого тока возникают быстрые струйные движения ионосферной плазмы в F-области со скоростями 1-5 км/сек. Это локальное явление с широтной протяженностью 150- 200 км получило название поляризационный джет. Соответствующие электрические поля достигают 80-150 мВ/метр. Это огромные электрические поля и они порождают турбулентность ионосферной плазмы в F-области ионосферы. Ионосфера при этом не отражает короткие радиоволны по измерениям ионозондов. Это известное явление называется ‘лакуна’. Электроны и ионы в ионосфере обладают разной подвижностью и под воздействием внешнего поля генерируется электрическое поляризационное поле вследствие разделения зарядов и порождает структуры разного масштаба. Пример измерения таких структур приведен на рисунке.



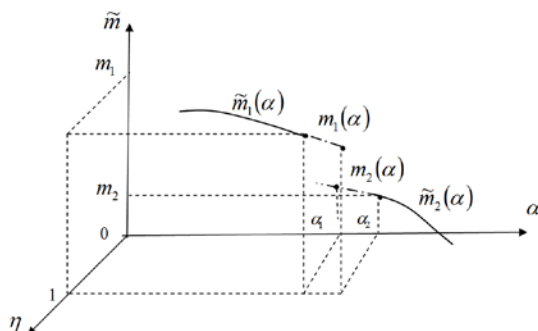
Изменение концентрации и температуры электронов при пролете в 10 UT и их спектрограммы. Красная стрелка — поляризационный джет; вертикальные зеленые линии — приблизительные границы поляризационного джета; вертикальная черная линия — момент времени, когда спутник пересекал L-оболочку 3; синяя стрелка — предполагаемая экваториальная граница субаврорального потока конвекции на запад (SAPS).

Хатунцева О.Н.

Метод описания скачкообразных переходных процессов

ПАО «РКК «Энергия»
ol-khatun@yandex.ru

В работе предложен и подробно рассмотрен метод описания процессов, претерпевающих скачкообразные переходы (метод описания «разрывных функций»).



Метод применим к таким физическим процессам, которые можно однозначно описать функциями на всей области определения аргумента, кроме малых подобластей, в которых эти функции изменяют свои значения и/или значения своих производных. В таких подобластях функции могут вести себя случайным образом (если следить за процессом изменения аргумента много раз). Задача метода состоит в поиске соотношений, связывающих значения функций и их производных на границах областей скачкообразного перехода.

На основе этого метода в задачах Хагена-Пуазейля, плоского течения Пуазейля и в плоской задаче Куэтта определены критические числа Рейнольдса, при которых становится возможен переход от ламинарного к турбулентному режиму течения [1-3]. Метод также был успешно применен для аналитического определения размерности односвязных фрактальных объектов в задачах образования вязких “пальцев” и росте дендритов [4]. Приведено сравнение результатов с имеющимися экспериментальными данными.

1. Хатунцева О.Н. О нахождении критического числа Рейнольдса ламинарно-турбулентного перехода в задаче Хагена-Пуазейля // Труды МАИ. 2018. № 101. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=96567>
2. Хатунцева О.Н. Определение критического числа Рейнольдса ламинарно-турбулентного перехода в плоской задаче Пуазейля на основе метода «разрывных функций» // Труды МАИ. 2019. № 108. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=109382>
3. Хатунцева О.Н. Аналитический метод определения профиля скорости турбулентного течения жидкости в плоской задаче Куэтта // Труды МАИ. 2019. № 104. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=102091>
4. Хатунцева О.Н. Теоретическое определение размерности односвязных фрактальных объектов в задачах образования вязких “пальцев” и росте дендритов. “Сибирский журнал вычислительной математики” Т12, N2, 2009 г, стр.231-241.

Шмидт А.В.

Автомодельное вырождение дальнего закрученного турбулентного следа

Институт вычислительного моделирования СО РАН

На основе теоретико-группового подхода и модифицированного метода стрельбы проведено построение автомодельных решений уравнений полуэмпирической модели закрученного турбулентного следа, основанной на алгебраических аппроксимациях Руди

$$U_0 \frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r K_U \frac{\partial U_1}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \int_r^\infty \frac{W^2}{r'} dr', \quad U_0 \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^3 K_W \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{W}{r} \right) \right],$$
$$U_0 \frac{\partial e}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r K_e \frac{\partial e}{\partial r} + P - \varepsilon, \quad U_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r K_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon P}{e} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{e},$$

где x - маршевая переменная, вдоль которой развивается турбулентный след, r - поперечная координата, U_0 - скорость набегающего на тело невозмущенного потока, U_1 - осредненный дефект продольной компоненты скорости, W - тангенциальная осредненная компонента скорости, e - кинетическая энергия турбулентности и ε - скорость диссипации энергии турбулентности. Коэффициенты турбулентной вязкости имеют следующий вид:

$$K_U = K_W = K_e = \frac{2}{3} \Phi \left(1 - \Phi \frac{P}{\varepsilon} \right) \frac{e^2}{\varepsilon}, \quad K_\varepsilon = \frac{K_U}{\sigma_\varepsilon}, \quad \Phi = \frac{1 - C_2}{C_1 + P/\varepsilon - 1}.$$

Величина порождения энергии турбулентности за счет осредненного движения задавалась следующей формулой:

$$P = K_U \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)^2 + K_W r^2 \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{W}{r} \right) \right)^2.$$

Жидкость предполагается несжимаемой, а течение установившимся. Величины $C_1, C_2, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, \sigma_\varepsilon$ - эмпирические постоянные, равные 2.2, 0.55, 1.45, 1.92, 1.3, соответственно.

Проведено сопоставление автомодельных решений с имеющимися экспериментальными данными и результатами численных расчетов по нередуцированным моделям, выполненным Г.Г. Черных и А.Г. Деменковым.

Agafontsev D.S., Zakharov V.E.

Growing of integrable turbulence: new results

We study numerically the integrable turbulence in the framework of the focusing one-dimensional nonlinear Schrodinger equation using a new method - "growing of turbulence". We add to the equation a small linear pumping term and start adiabatic evolution of turbulence from statistically homogeneous Gaussian noise. After reaching a certain level of average intensity, we switch off the pumping and realize that the "grown up" turbulence is statistically stationary. We measure its Fourier spectrum, the probability density function (PDF) of intensity and the autocorrelation of intensity. Depending on level of the final average intensity, we arrive to weakly and highly nonlinear states; the latter states are characterized with strongly heavy-tailed statistics. The conditions for the adiabatic growth of turbulence include the smallness of the initial noise and pumping coefficient, as well as the upper limit of the simulation box length (basin length). Meanwhile, the non-adiabatic regime leads to turbulence characterized with even more pronouncedly heavy-tailed statistics.

Chefranov S.G., Chefranov A.S.

Exact solution to the main turbulence problem for a compressible medium and the universal $-8/3$ law turbulence spectrum

*A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russia
schefranov@mail.ru*

An exact analytical solution to the one-dimensional compressible Euler equations in the form of a nonlinear simple wave is obtained [1]. In contrast to the well-known Riemann solution, the resulting solution and the time of its collapse have an explicit dependence on the initial conditions. For the non-zero dissipation the regularization of the solution over an unlimited time interval is justified. Based on this solution of the Euler equations, an exact explicit and closed description for any single-point and multi-point characteristics of turbulence in a compressible medium are obtained and Onsager's dissipative anomaly is considered. The exact turbulence energy universal spectrum, corresponding to the time of the shock arising is stated. That spectrum is more relevant to the strong acoustic turbulence than the well-known spectrum -2 . Installed, spectrum $-8/3$ is also matched with the observed compressible turbulence spectrum in the magnetosheath and solar wind (Bandyopadhyay et al., 2020) [2]. The turbulence energy dissipation rate fluctuations universal spectrum is obtained and corresponds to the known observation data in the atmospheric surface layer [3], [4].

Literature

1. S. G. Chefranov and A. S. Chefranov, Exact solution to the main turbulence problem for a compressible medium and the universal $-8/3$ law turbulence spectrum of breaking waves, *Physics of Fluids*, **33**, 076108 (2021); <https://doi.org/10.1063/5.0056291>
2. R. Bandyopadhyay, L. Sorriso-Valvo, A. Chasapis, P. Hellinger, W. H. Matthaeus, A. Verdini A. et. al. In situ observation of hall magnetohydrodynamic cascade in space plasma // *Phys. Rev. Lett.*, **124**, 225101 (2020)
3. A. S. Gurvich A.S. and Zubkovsky S.L., Measurement of the fourth and sixth moments of the velocity gradient, *Izv. of the USSR Academy of Sciences, Physics of the Atmosphere and Ocean*, **1**, No. 8, 797 (1965)
4. M. Kholmyansky, "Measurements of turbulent micro-fluctuations of the wind velocity derivative in the atmospheric surface layer," *Izv., Acad. Sci., USSR, Atmos. Oceanic Phys.* 8(8),818 (1972) (in Russian); 472 (in English translation).

Dryuma V.S.

On the Killing vectors of the 14D metric related to the Navier-Stokes equations

*Institute of Mathematics and Computer Science, Kishinev, Moldova;
valdryum@gmail.com*

Theorem

The metric in the local coordinates $\vec{x} = (x, y, z, t, \eta, \rho, m, u, v, w, p, \xi, \chi, n)$

$$\begin{aligned}
 ds^2 = & 2 dx du + 2 dy dv + 2 dz dw + (-W(\vec{x}, t)w - V(\vec{x}, t)v - U(\vec{x}, t)u) dt^2 + \\
 & + \left(-U(\vec{x}, t)p - u(U(\vec{x}, t))^2 - uP(\vec{x}, t) + w\mu \frac{\partial}{\partial z} U(\vec{x}, t) - wU(\vec{x}, t)W(\vec{x}, t) \right) d\eta^2 + \\
 & + \left(v\mu \frac{\partial}{\partial y} U(\vec{x}, t) - vU(\vec{x}, t)V(\vec{x}, t) + u\mu \frac{\partial}{\partial x} U(\vec{x}, t) \right) d\eta^2 + 2 d\eta d\xi + 2 d\rho d\chi + 2 dmdn + \\
 & \left(-V(\vec{x}, t)p - vP(\vec{x}, t) - v(\vec{x}, t))^2 - V(\vec{x}, t)W(\vec{x}, t)w + v\mu \frac{\partial}{\partial y} V(\vec{x}, t) - uU(\vec{x}, t)V(\vec{x}, t) \right) d\rho^2 + \\
 & \left(u\mu \frac{\partial}{\partial x} V(\vec{x}, t) \right) d\rho^2 + \left(-uU(\vec{x}, t)W(\vec{x}, t) - w(W(\vec{x}, t))^2 - wP(\vec{x}, t) + w\mu \frac{\partial}{\partial z} W(\vec{x}, t) \right) dm^2 + \\
 & \left(v\mu \frac{\partial}{\partial y} W(\vec{x}, t) - vV(\vec{x}, t)W(\vec{x}, t) + u\mu \frac{\partial}{\partial x} W(\vec{x}, t) - W(\vec{x}, t)p \right) dm^2 \quad (1)
 \end{aligned}$$

is the Ricci-flat $R_{ik} = 0$ on solutions of the NS-equations.

To study properties of the Killing vectors $\vec{K}(\vec{x})$ for the metric (1) defined by the equations of the form

$$K_{i,j} + K_{j,i} - 2\Gamma_{ij}^k K_k = 0, \quad \text{or} \quad K^k g_{ij,k} + g_{ik} K^k_{,j} + g_{jk} K^k_{,i} = 0$$

are investigated.

Particular case of invariant solutions of the NS-equations with respect to the local Lie group J_{11} (V.V.Pukhnatchev (1972))

$$\begin{aligned}
 & - \left(\frac{\partial}{\partial y} V1(y, t) \right) H(y, z, t) + V1(y, t) \frac{\partial}{\partial y} H(y, z, t) - \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} H(y, z, t) + W1(y, t) \frac{\partial}{\partial z} H(y, z, t) - \\
 & - \mu \frac{\partial^2}{\partial z^2} H(y, z, t) + \frac{\partial}{\partial t} H(y, z, t) = 0, \quad V1(y, t) \frac{\partial}{\partial y} W1(y, t) - \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} W1(y, t) + \frac{\partial}{\partial t} W1(y, t) = 0, \\
 & \frac{\partial}{\partial y} P1(y, t) - \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} V1(y, t) + \frac{\partial}{\partial t} V1(y, t) + V1(y, t) \frac{\partial}{\partial y} V1(y, t) = 0, \\
 & \left(\frac{\partial}{\partial y} V1(y, t) \right)^2 + \mu \frac{\partial^3}{\partial y^3} V1(y, t) - V1(y, t) \frac{\partial^2}{\partial y^2} V1(y, t) - \frac{\partial^2}{\partial t \partial y} V1(y, t) = 0,
 \end{aligned}$$

describing motions of liquid with a free boundary is considered in a more detailed. New examples of solutions of such type reduction of the NS-equations are constructed.

Kochurin E., Ricard G., Falcon E., Zubarev N.

Numerical study of the free surface magnetohydrodynamic wave turbulence

*Evgeny Kochurin^{1, 2, *}, Guillaume Ricard³, Eric Falcon³, and Nikolay Zubarev^{2, 4}*

¹Skolkovo Institute of Science and Technology, 121205, Moscow, Russia

²Institute of Electrophysics, Ural Division, Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, 620016 Russia

³Universit de Paris, Univ. Paris Diderot, MSC Laboratory, UMR 7057 CNRS, Paris, F-75 013 France

⁴Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia

**kochurin@iep.uran.ru*

This work presents three-dimensional direct numerical simulations of wave turbulence arising at the free surface of a ferrofluid subjected to an external horizontal magnetic field. The transition from classical turbulence of dispersive capillary waves to anisotropic magnetohydrodynamic wave turbulence is numerically observed for the first time. The simulation results reproduce well the predictions of weak turbulence theory for purely capillary waves. In the strong-field limit, when the fluid motion becomes highly anisotropic, a new turbulence spectrum is discovered that describes the propagation of capillary quasi-shock waves in the direction perpendicular to the external magnetic field. On the basis of dimensional analysis, we obtained an analytical expression for the spectrum of the observed turbulence. We interpret the obtained spectrum as an analogue of the Phillips gravity spectrum for capillary waves forced by an external magnetic field

Konopelchenko B.

Homogeneous Euler equation. Universality and gradient catastrophes

University of Salento, Lecce, Italy

Master character of the multidimensional homogeneous Euler equation and structure of associated gradient catastrophes are discussed. It is shown that certain subclasses of its solutions constrained to lower dimensions provide us with the solutions of various hydrodynamic type systems. Integrable one-dimensional systems in terms of Riemann invariants, their generalizations, multidimensional systems describing isoenthalpic and polytropic motions and shallow water type equations are among them.

It is demonstrated that the blow-up of derivatives and gradient catastrophe phenomena have several novel properties in the dimension n ($n > 1$) in comparison with those in one-dimensional case. Existence or nonexistence of blow-ups in different dimensions, boundness of certain linear superpositions of blow-up derivatives and the first occurrence of the gradient catastrophe are some of them. It is shown that the potential solutions of the homogeneous Euler equation exhibit blow-up in any dimension n .

1. B. Konopelchenko and G. Ortenzi, On universality of homogeneous Euler equation, *J. Phys. A: Math. Theor.*, 54 (2021), 205701 (22pp.).
2. B. Konopelchenko and G. Ortenzi, Homogeneous Euler equation: blow-ups, gradient catastrophes and singularities of mappings, *J. Phys. A: Math. Theor.*, (to be published); arXiv: 2109.07309 .

Lushnikov P.

Logarithmic scaling and critical collapse in Davey-Stewartson equation

Wave collapse occurs in numerous nonlinear physical systems resulting in catastrophic self-focusing of laser beams in optical media, collapse of Bose-Einstein condensate and white foam formation on the crests of oceanic waves. Underlying equations for all these diverse effects are two-dimensional nonlinear Schrodinger equation (NLSE) and its nonlocal extension, Davey-Stewartson equation (DSE). We find that collapses in both NLSE and DSE obey the tail minimization principle when physical systems dynamically choose self-similar-type solutions which minimize the spatial tails of the collapsing solution on the border of the spatial collapsing region. This minimization ensures that the singularity (collapse) reaches in fastest possible time (propagation distance for optical applications) because the maximum optical power (in optical applications) or number of particles (in Bose-Einstein condensate) are captured in the collapsing region. A weak escape of particles (optical power) from that region is controlled by an analog of quantum tunneling.

Vasko I.

Kinetic-scale current sheets in the solar wind: properties and scale-invariant features

IKI, Moscow, Russia; & Space Science Lab, UC Berkeley, USA

We present statistical analysis of kinetic-scale current sheets in the solar wind observed by Wind spacecraft at 1 AU. The collected current sheets have spatial scales from about 0.1 to 10 proton inertial lengths. We present strong arguments (scale-invariance of several current sheet parameters) supporting the hypothesis that proton kinetic-scale current sheets are produced by local plasma turbulence. We also show that almost all current sheets satisfy the necessary condition for magnetic reconnection onset. We argue this condition is satisfied because of the 3D geometry of the current sheets, which, in turn, is dictated by their source that is local plasma turbulence.