

# XXXIII Научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике

Конференц-зал Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН,  
Нахимовский пр-т. 36, ст. метро «Профсоюзная»  
16-17 декабря 2024 г.

## КРАТКИЕ АННОТАЦИИ ВЫСТУПЛЕНИЙ

Балакин А.А., Скобелев С.А., Литвак А.Г. ....	3
Когерентное распространение мощных волновых пучков в полых газонаполненных ромашко-подобных капиллярах.....	3
Борисов А.Б.....	4
Интегрирование двумерной модели Гейзенберга методами дифференциальной геометрии .....	4
Веретенев Н.А., Розанов Н.Н., Федоров С.В.....	5
Векторные лазерные солитоны.....	5
Вотякова М.М., Данилов В.Г., Ковалишин А.А., Миненков Д.С.....	6
О кризисах тепловыделения в потоке жидкости в цилиндре .....	6
Геогджаев В. ....	7
Сравнение интенсивности квадруплетных взаимодействий для волн на воде.....	7
Гордин В.А.....	8
Компактные соотношения между осредненными и локальными значениями функций. Анализ числовой спутниковой информации.....	8
Доброхотов С.Ю.....	9
Одна формула Ньютона-Лейбница для решения уравнения $yf'_x - xf'_y = F(x, y)$ и “равномерное” усреднение многомерных гамильтоновых систем с одной быстрой фазой.....	9
Дремов С.В., Качулин Д.И., Дьяченко А.И. ....	10
Интегрирование нелинейного уравнения Шредингера в случае периодических граничных условий .....	10
Дьяченко А.И., Качулин Д.И. ....	11
Неустойчивость встречных волн на поверхности глубокой воды .....	11
Зубарев Н.М., Зубарева О.В. ....	12
Упругое взаимодействие встречных волн произвольной амплитуды на поверхности магнитной жидкости в тангенциальном магнитном поле в 3D геометрии .....	12
Ильин А.С., Копьев А.В., Сирота В.А., Зыбин К.П., Юдин М.А. ....	13
Симметрии в перемежаемых средах и стохастические тождества .....	13
Камчатнов А.М. ....	14
Динамика цилиндрического солитона в расширяющемся облаке бозе-эйнштейновского конденсата.....	14
Капцов О.В.....	15
Гамильтоновы потоки и контрпример к утверждению Мозера .....	15
Клиньшов В.В.....	16
Модель Курамото с задержкой: роль распределения частот .....	16
Конторович В.М. ....	17

Самосогласованная дипольно-вихревая теория активных ядер галактик .....	17
Короткевич А.О. ....	18
Наблюдение и разрушение спектра волновой турбулентности капиллярных волн в конечных системах.....	18
Кочурин Е.А., Кузнецов Е.А. ....	19
Трехмерное численное моделирование турбулентности бездисперсионных звуковых волн.....	19
Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А.....	20
Эффекты торнадо в жидкостях и МГД .....	20
Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А., Хвощинская В.Д.....	21
Формирование магнитных филаментов и их обратное влияние на конвективное течение.....	21
Маслов Е.М., Кутвицкий В.А.....	22
Динамика космологического расширения в обобщённой модели Старобинского .....	22
Оладышкин И.В., Фадеев Д.А., Елясин А.А. ....	23
Эффект батареи Бирмана и возбуждение вихревых токов при лазерной абляции металлов .....	23
Островский Л.А., Гладских Д.С.....	24
Динамика турбулентности в поле нелинейных внутренних волн.....	24
Рассадин А.Э.....	25
Об асимптотической кинетике параметра порядка в теории Ландау фазовых переходов второго рода .....	25
Ремизов И.А., Селин П.Г., Султанова М.Р., Левченко А.А., Межов-Деглин Л.П. ....	26
Генерация квантовых вихрей капиллярными волнами на поверхности сверхтекучего гелия .....	26
Рубан В.П. ....	27
Трехмерные бинарные структуры в нелинейной оптике .....	27
Садовников А.В. ....	28
Нелинейные режимы распространения и дифракции спиновых волн в ансамблях магнонных микроструктур .....	28
Сердюков М.Г., Михайлов Е.А. ....	29
Возникновение особенностей для вихревого течения в цилиндрическом объеме.....	29
Серых И.В., <u>Сонечкин Д.М.</u> .....	30
Глобальная структура дальних связей и оценка возможности прогноза Эль-Ниньо – Южного колебания в моделях СМIP6.....	30
Слюняев А.В. ....	31
Бризеры нелинейного уравнения Шредингера – автомодельные решения.....	31
Хатунцева О.Н. ....	32
О влиянии производства энтропии стохастических возмущений в турбулентных течениях на возникновение явления перемежаемости.....	32
Яньков В. ....	34
Иерархии аттракторов и искусственный интеллект телефонного размера.....	34
Agafontsev D.S., Congy T., El G.A., Randoux S., Roberti G., Suret P.....	35
Spontaneous modulational instability of elliptic periodic waves: the soliton condensate model.....	35
Chefranov S.G., Chefranov A.S.....	36
Exact unsteady solution to the n-dimensional compressible Navier-Stokes equations .....	36
Didenkulova E., Pelinovsky E., Flamarion M.V.....	37
Integrable vs non-integrable KdV-like soliton turbulence.....	37

**Балакин А.А., Скобелев С.А., Литвак А.Г.**

***Когерентное распространение мощных волновых пучков в полых газонаполненных ромашко-подобных капиллярах***

Предложена новая ромашко-подобная форма границы полых световодов, позволяющая когерентно транспортировать волновые пучки в противофазной моде. Эффективная площадь обнаруженной моды пропорциональна числу лепестков, что позволяет оперировать мощностями волновых пучков, многократно превышающими критическую мощность самофокусировки. Численное моделирование распространения противофазной моды показывает хорошее согласие с аналитическими оценками. При этом найденная мода остается устойчивой в нелинейной среде. Существование данной супермоды обещает беспрецедентные возможности масштабирования мощности до тераваттного уровня, так как критическая мощность в газах на три порядка выше, чем для твердого тела.

**Борисов А.Б.**

***Интегрирование двумерной модели Гейзенберга методами дифференциальной геометрии***

Для интегрирования двумерной модели Гейзенберга использованы методы классической дифференциальной геометрии. Уравнения модели были записаны в терминах метрического тензора и его производных, связанного с криволинейной системой координат после преобразование гогографа. Показано, что их общее решение описывает все известные ранее точные решения кроме плоского вихря. Предсказано и проанализировано новый тип вихревой структуры – «вихревая полоса» в двумерном ферромагнетике. Его отличительные свойства — конечные размеры области определения, конечность полной энергии и отсутствие ядра вихря при наличии вихревой структуры

**Веретеннов Н.А., Розанов Н.Н., Федоров С.В.**

***Векторные лазерные солитоны***

*Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН  
Санкт-Петербург, Россия*

Мы представляем аналитическое и численное рассмотрение векторных (поляризационных) солитонов в лазерных средах с насыщающимся поглощением для схем произвольной размерности (1D, 2D и 3D). Принадлежа к классу диссипативных солитонов, они обладают повышенной устойчивостью. Привлечение дополнительной – поляризационной – степени свободы существенно расширяет разнообразие солитонов.

Рассмотрение ведется в рамках квазиоптического (параксиального) приближения и основывается на обобщенном уравнении Гинзбурга-Ландау. Особое внимание уделяется сингулярностям поля – скалярным, когда не определена фаза излучения и при 2D и 3D геометрии возможны вихревые солитоны, и поляризационным, для которых не определено поляризационное состояние поля. Мы демонстрируем, что благодаря обнаруженному эффекту взаимоподдержки двух поляризационных компонент векторные солитоны существуют даже в таких условиях, когда невозможны скалярные лазерные солитоны. Представлены лазерные солитоны с рекордным на сегодня значением топологического заряда – 32, причем это значение ограничивается преимущественно возможностями использованного нами компьютерного кластера.

Возможность записи информации значениями топологических зарядов и индексов и топологическая защищенность записанной информации повышает прикладной потенциал лазерных солитонов.

Исследования поддержаны грантом РФФ 23-12-00012.

**Вотякова М.М., Данилов В.Г., Ковалишин А.А.,  
Миненков Д.С.**

***О кризисах тепловыделения в потоке жидкости в цилиндре***

М.М. Вотякова<sup>1,2</sup>, В.Г. Данилов<sup>3</sup>, А.А. Ковалишин<sup>4</sup>, Д.С. Миненков<sup>1,2</sup>

1 Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,

2 Московский физико-технический институт,

3 Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”,

4 Научно Исследовательский Центр “Курчатовский институт”;

e-mail: votiakova.mm@phystech.edu, vgdanilov@mail.ru, kovalishin\_aa@nrcki.ru,  
minenkov.ds@gmail.com

В работе [1] рассматривалась фильтрация нагреваемого газа (тепловая конвекция в пористой среде) и обнаружен эффект “запирания” потока: когда интенсивность тепловыделения превышает некоторое критическое значение, то газ через среду не течет и температура его бесконечно возрастает. При нагреве потока жидкости в цилиндре (при больших давлениях) также может возникнуть кризис тепловыделения [2], похожий на сглаженный эффект типа запирания тепловой конвекции в пористой среде. Если в цилиндре сформировано течение Пуазейля, то средняя скорость по сечению (расход) удовлетворяет закону движения типа закона Дарси, то есть расход жидкости подчиняется тем же уравнениям движения, что и скорость фильтрации жидкости (газа) в пористой среде.

В [1] пренебрегали теплопроводностью газа и рассматривали течение в вертикальном цилиндре, верхнее основание которого открыто в атмосферу (давление задается на входе и выходе цилиндра), кроме того исследовалось уравнение состояния идеального газа. В данной работе этот результат обобщен на случай уравнения состояния Ван-дер-Ваальса.

Другой результат связан с постановкой, когда все величины заданы в начале трубы (что соответствует течению в трубе, рассматриваемой как часть трубопровода). В этом случае система решается при любых значениях тепловыделения, но при приближении тепловыделения к критическим значениям температура начинает быстро возрастать, что сглаженным образом отражает тот же самый эффект “запирания” потока. Исследована зависимость критического тепловыделения от параметров потока, сравнение полученных теоретических значений с экспериментальными [2] показывает хорошее соответствие.

Авторы благодарны С.Ю. Доброхотову за ценные дискуссии. Исследование осуществлено частично в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ и частично по теме государственного задания (№ госрегистрации 124012500442-3).

[1] Маслов В.П., Мясников В.П., Данилов В.Г., Математическое моделирование аварийного блока Чернобыльской АЭС. Москва: Наука, 1988. 144 с.

[2] Алексеев Г.В., Силин В.А., Смирнов А.М., Субботин В.И. Исследование температурных режимов стенки трубы при теплосъеме водой сверхкритического давления. Теплофизика выс. темп., 1976. Т. 14. № 4. 769–774 с.

**Геогджаев В.**

***Сравнение интенсивности квадруплетных взаимодействий для волн на воде***

Энергия волнения на глубокой воде передаётся между различными модами посредством нелинейных четырёхволновых (квадруплетных) взаимодействий. Эти взаимодействия, хотя и порождаются одним и тем же условием резонанса, весьма отличаются как по геометрическим параметрам, так и по силе взаимодействия. На многообразии квадруплетов имеются как зоны с весьма интенсивной передачей энергии, так и зоны где эта передача отсутствует вовсе. Такое различие имеет весьма большое значение для вычислительных моделей волнения: работа с несущественными квадруплетами ведёт к трате вычислительных ресурсов, в то же время недостаточное покрытие сеткой существенных квадруплетов ведёт к потере точности.

Мы исследуем свойства различных квадруплетов на примере колмогоровского каскада. Любой из квадруплетов может обеспечивать возникновение колмогоровского спектра и передачу энергии по нему, но интенсивность этой передачи весьма отличается. Мы приводим показатели этой интенсивности, и описываем различные приближения, позволяющие упростить задачу.

**Гордин В.А.**

**Компактные соотношения между осредненными  
и локальными значениями функций.  
Анализ числовой спутниковой информации**

*Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики,  
Гидрометцентр России, Московский физико-технический институт, Москва  
vagordin@mail.ru*

При спутниковом зондировании атмосферы или поверхности Земли прибор измеряет величину (поле), осредненную с некоторой весовой функцией по маленьким подобластям – пикселям. Нужно оценить значения поля на дискретной сетке точек. Обратная задача: оценка средних значений по всем пикселям, если известны значения поля на дискретной сетке точек. Она близка к задаче об оптимальных квадратурных формулах интегрирования, но есть и отличия. При обычном подходе каждое локальное значение определяется как взвешенная сумма интегралов по ближайшим пикселям, а среднее по пикселю определяется как взвешенная сумма значений в ближайших узлах заданной сетки. В образах Фурье задачу можно интерпретировать как аппроксимацию заданного символа (функции от волнового вектора) тригонометрическим многочленом двух переменных – это линейный метод. Алгоритм сводится к проекции. При компактной аппроксимации мы устанавливаем связь между группами осредненных значений поля и группой локальных значений в узлах. В образах Фурье алгоритм интерпретируется как аппроксимация заданной функции от волнового вектора нелинейной функцией – рациональной функцией от  $\exp[i(\xi x + \eta y)]$ . Все разумные алгоритмы хорошо справляются с очень длинными волнами и безнадёжны на коротких. «Борьба» идет за точность на средних. Возможно два подхода к выбору оптимальных параметров такой рациональной функции: асимптотический (при малых волновых векторах  $\langle \xi, \eta \rangle$ ) и статистический, учитывающий *a priori* известное распределение энергии по спектру. При обоих подходах компактный подход точнее классического. Дополнительный вычислительный расход – решение СЛАУ для весьма разреженной матрицы – весьма мал даже для больших размерностей.

1. Ю. М. Головин и др., Бортовые инфракрасные Фурье-спектрометры для температурно-влажностного зондирования атмосферы Земли. «Исследование Земли из космоса», 2013, № 6, с. 25–37.
2. Гордин В.А. Компактные разностные схемы для аппроксимации дифференциальных соотношений. «Математическое моделирование» 2019, 31(7), с.58-74.
3. Гордин В.А. Прикладная математика. Искусство и ремесло вычислений. М.: Издательский Дом НИУ ВШЭ. 2025.

**Доброхотов С.Ю.**

**Одна формула Ньютона-Лейбница для решения уравнения  $yf'_x - xf'_y = F(x, y)$  и “равномерное” усреднение многомерных гамильтоновых систем с одной быстрой фазой**

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия  
и Центр интегрируемых систем, Ярославский государственный университет  
им. П.Г. Демидова, Ярославль, Россия*

Доклад посвящен простой полезной мало известной формуле, представленной около двадцати лет в работах [1], [2]. При построении асимптотических решений гамильтоновых систем с одной быстрой фазой в рамках методов осреднения используется подход А.И. Нейштадта, если амплитуды изучаемых траекторий не малы, и метод Крылова-Боголюбова, если амплитуды малы. В подходе А.И. Нейштадта используется одна угловая переменная  $\varphi$  и переменная типа действия  $I$ , а в методе Крылова-Боголюбова переменные  $p, x$  типа переменных гармонического осциллятора. Первый подход основывается на последовательных построениях производящих функций, исключаяющих в каждом приближении угловую переменную  $\varphi$ , при этом от исходного гамильтониана в области рассматриваемых траекторий требуется по крайней мере гладкость по переменной  $I$ , что, как правило, не имеет места в окрестности точки  $I = 0$ , то есть для траекторий с малыми амплитудами. Именно в этом случае нужно использовать метод Крылова-Боголюбова, при этом построение формул перехода от больших амплитуд к малым требует, вообще говоря не вполне тривиальных рассуждений и вычислений. Мы показываем, что при подходящем простом написании формулы типа формулы Ньютона-Лейбница и ее использовании в первом подходе, формулы Нейштадта работают в окрестности точки  $I = 0$  и, тем самым, содержат равномерный переход для описания траекторий с малыми амплитудами. Мы обсуждаем применение этой формулы в двумерной задаче о движении частицы кристаллической решетке в постоянном магнитном поле.

Список литературы

- [1] J. Bruening, S.Yu. Dobrokhotov, M.A. Poteryakhin, Integral Representation of Analytical Solutions of the Equation  $yf'_x - xf'_y = f(x, y)$  Mat. Zametki, 72:4 (2002), 633-634; Math. Notes, 72:4 (2002), 583-585.  
[2] J. Bruening, S.Yu. Dobrokhotov, M.A. Poteryakhin, Averaging for Hamiltonian Systems with One Fast Phase and Small Amplitudes, Mat. Zametki, 70:5 (2001), 660-669; Math. Notes, 70:5 (2001), 599-607.

**Дремов С.В., Качулин Д.И., Дьяченко А.И.**

***Интегрирование нелинейного уравнения Шредингера в случае периодических граничных условий***

С.В. Дремов<sup>1</sup>, Д.И. Качулин<sup>2,1</sup>, А.И. Дьяченко<sup>3,1</sup>

<sup>1</sup> Сколковский институт науки и технологий, Москва

<sup>2</sup> Новосибирский государственный университет, Новосибирск

<sup>3</sup> Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, Черноголовка

Нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) встречается во многих приложениях современной нелинейной физики, оно является интегрируемым и гамильтоновым. В работе представлен взгляд на интегрируемость этого уравнения с точки зрения гамильтонового формализма. В частности, представлено каноническое преобразование, позволяющее свести НУШ к линейному уравнению при рассмотрении периодических граничных условий, что, в свою очередь, позволяет рассчитывать эволюцию сигналов практически без вычислительных затрат. В качестве примера рассмотрены последовательности нескольких гаусс-импульсов, передаваемых по оптоволокну в рамках НУШ, а также представлены результаты численного моделирования процесса их передачи и восстановления с помощью канонических преобразований. Проведено сравнение профилей сигналов, восстановленных с помощью представленного алгоритма и с помощью компенсации только дисперсионных эффектов без учёта нелинейности.

**Дьяченко А.И., Качулин Д.И.**

***Неустойчивость встречных волн на поверхности глубокой воды***

Исследована модуляционная неустойчивость двух встречных волн на поверхности 3D глубокой жидкости. Получено выражение для инкремента этой неустойчивости. Также показано, что приближенные уравнения (уравнение Захарова) являются неустойчивыми относительно мелкомасштабных возмущений. Вычислен порог этой неустойчивости.

**Зубарев Н.М., Зубарева О.В.**

***Упругое взаимодействие встречных волн произвольной амплитуды на поверхности магнитной жидкости в тангенциальном магнитном поле в 3D геометрии***

Исследуется распространение нелинейных волн по исходно плоской свободной поверхности магнитной жидкости во внешнем сильном однородном тангенциальном магнитном поле. Для жидкости с высокой магнитной проницаемостью возмущения границы произвольной формы могут распространяться без искажений по направлению, либо против направления приложенного поля. Демонстрируется, что взаимодействие встречных пространственно-локализованных волн является упругим – при столкновении они сохраняют энергию и импульс. Этот результат является точным: он получен для 3D геометрии системы без ограничений на амплитуду поверхностных волн.

**Ильин А.С., Копьев А.В., Сирота В.А., Зыбин К.П.,  
Юдин М.А.**

***Симметрии в перемежаемых средах и стохастические тождества***

В докладе будет обсуждаться Лагранжев транспорт в случайных потоках (магнитное поле в высоко проводящих жидкостях, поверхности раздела сред и т.д.) Мы расскажем о новом подходе к решению этих задач, который основывается на нетривиальном свойстве симметрии случайных изотропных тензоров и предсказывает существование серии Лагранжевых интегралов движения. В силу своей универсальности, это свойство может помочь не только в понимании особенностей Лагранжевого стохастического транспорта, но и при изучении случайных тензорных полей самой разной природы. В частности, мы обсудим т.н. стохастические тождества для компонент тензора градиентов поля скоростей Навье-Стокса и продемонстрируем точность их выполнения при численном моделировании изотропной турбулентности, турбулентности в канале и в струе.

**Камчатнов А.М.**

***Динамика цилиндрического солитона в расширяющемся облаке бозе-эйнштейновского конденсата***

*Институт спектроскопии РАН*

Двумерные волны представляют интерес не только когда они распространяются по поверхности, скажем, жидкости, но также и в таких существенно двумерных системах, как, например, поляритонный конденсат, образуемый в плоских микрорезонаторах. Ранее в таких конденсатах были обнаружены двумерные «косые» солитоны, образующиеся при сверхзвуковом течении конденсата мимо препятствия [1-3]. Другим интересным нелинейным объектом является цилиндрический солитон, на динамику которого оказывает влияние как кривизна солитона, так и течение конденсата. Ранее была построена теория движения кольцевого солитона [4,5] в покоящемся конденсате, профиль плотности которого определяется потенциалом ловушки (в частности, может быть однородным). В настоящей работе развита теория движения кольцевого солитона с учетом течения конденсата. Теория приложена к случаю расширения облака конденсата согласно известному из нелинейной оптики решению Таланова. Получено уравнение типа Ньютона для радиуса солитона и проанализированы его решения.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект 19-72-30028).

[1] El G.A., Gammal A., Kamchatnov A.M. Oblique dark solitons in supersonic flow of a Bose-Einstein condensate // Phys. Rev. Lett. 2006. V.97. P.180405.

[2] Amo A. et al. Polariton superfluids reveal quantum hydrodynamic solitons // Science. 2011. V.332. P.1167.

[3] Grosso G. et al. Soliton instabilities and vortex street formation in a polariton quantum fluid // Phys. Rev. Lett. 2011. V.107. P.245301.

[4] Миронов В.А., Смирнов А.И., Смирнов Л.А. Динамика образования вихревых структур в процессе развития модуляционной неустойчивости темных солитонов // ЖЭТФ. 2011. Т.139. С.55.

[5] Kamchatnov A.M., Korneev S.V. Dynamics of ring dark solitons in Bose-Einstein condensates and nonlinear optics // Phys. Lett. A. 2010. V.374. P.4625.

**Капцов О.В.**

***Гамильтоновы потоки и контрпример к утверждению Мозера***

Построен пример отображения, которое нельзя включить в поток, порожденный гамильтоновой системой. Это контрпример к утверждению Мозера о существовании такого потока и интеграла гамильтоновой системы.

**Клиньшов В.В.**

***Модель Курамото с задержкой: роль распределения частот***

Модель Курамото — это классическая модель, используемая для описания синхронизации в популяциях колебательных единиц. В настоящей статье мы изучаем модель Курамото с задержкой с акцентом на распределение частот осцилляторов. Мы рассматриваем ряд рациональных распределений, которые позволяют нам свести динамику популяции к набору нескольких дифференциальных уравнений с запаздыванием. Мы используем бифуркационный анализ этих уравнений для исследования перехода от асинхронного состояния к синхронному. Мы показываем, что форма распределения частот может играть существенную роль в синхронизации. В частности, для лоренцева распределения задержка препятствует синхронизации, тогда как для других распределений задержка может способствовать синхронизации.

## **Конторович В.М.**

### ***Самосогласованная дипольно-вихревая теория активных ядер галактик***

Активные ядра галактик (АЯГ) отвечают за такие грандиозные наблюдаемые явления, как радиогалактики и квазары, а также более «скромные» по масштабам и мощностям, но более многочисленные сейфертовские галактики. Все АЯГ обладают сходной структурой (R.Antonucci, *Unified models*, ARA&A,1993; V.Peterson, *AGN*, Cambridge, CUP, 2012; H.Netzer, *Physics of AGN*, CUP, 2013). Они содержат сверхмассивную черную дыру в центре, окруженную аккреционным диском, и связанные с ними космические струи (джеты) и затеняющие торы (ЗТ). В основе данной теории лежит представление о затеняющем торе как совокупности двух противоположно вращающихся вихрей, подкручиваемых излучением (и ветром) от аккреционного диска (Е.Ю.Банникова и В.М. Конторович, *Astronomy Reports*, 2007, 51, p.264). Диск рассматривается как точечный объект, являющийся источником сверхмощного анизотропного излучения. В соответствии с законом Ламберта основная мощность направлена по нормали к плоскости диска и соответствует Эддингтоновской светимости на луче, касательном к затеняющему тору. Самогравитирующие вихри компенсируют взаимное притяжение друг друга вблизи от плоскости их соприкосновения, где преобладающим становится притяжение к центральной черной дыре. В результате формируется поток вещества, питающий аккреционный диск (В.М. Конторович, *London Journal of RS*, 2022, 22, №10, p.13; *SCRIPT conference*, Weizmann IS, Israel, 2023).

В отличие от стандартной теории АЯГ, где ЗТ рассматриваются как пассивный чисто геометрический объект, в данном докладе ЗТ рассматривается как активный динамический объект, а аккреционный поток на центр как вычисляемая величина. В аналитических расчётах ЗТ заменяется цилиндром. Это позволяет построить самосогласованную теорию, объясняющую основные свойства АЯГ без привлечения задаваемых извне динамических и геометрических параметров.

**Короткевич А.О.**

***Наблюдение и разрушение спектра волновой турбулентности капиллярных волн в конечных системах***

*Сколтех, ИТФ им. Ландау РАН*

Произведено численное моделирование волновой турбулентности капиллярных волн с накачкой в широком диапазоне параметров. Спектр волновой турбулентности продемонстрирован в широком диапазоне масштабов, с фактически наблюдаемым динамическим диапазоном спектра Захарова-Филоненко более декады. Дано аналитическое объяснение наблюдаемому эффекту и проведено сравнение с результатами численного эксперимента.

## **Кочурин Е.А., Кузнецов Е.А.**

### **Трехмерное численное моделирование турбулентности бездисперсионных звуковых волн**

Е.А. Кочурин<sup>1,2</sup>, Е.А. Кузнецов<sup>1,3,4</sup>

<sup>1</sup>Сколковский институт науки и технологий, 121205 Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт электрофизики УрО РАН, 620016 Екатеринбург, Россия

<sup>3</sup>Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

<sup>4</sup>Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, 142432, Черноголовка, Россия

Впервые проведено прямое численное моделирование акустической турбулентности в трехмерной геометрии. В случае слабой нелинейности, когда амплитуды волн малы, реализуется спектр Захарова-Сагдеева  $E(k) \sim k^{-3/2}$  не только для случая слабой дисперсии, но также в бездисперсионном пределе [1]. В отсутствие дисперсии пространственный Фурье-спектр звуковых волн представляет собой дискретный набор узких конусов (джетов), уширяющихся в пространстве вследствие дифракционной расходимости. Для каждого джета дифракционные эффекты оказываются сильнее нелинейных, благодаря чему реализуется спектр слабой турбулентности Захарова–Сагдеева. Увеличение амплитуд волн приводит к доминированию нелинейных эффектов. В результате акустическая турбулентность переходит в режим сильной турбулентности, представляющей собой ансамбль случайных ударных волн со спектром Кадомцева–Петвиашвили:  $E(k) \sim k^{-2}$ .

[1] E.A. Kochurin, E.A. Kuznetsov, Three-Dimensional Acoustic Turbulence: Weak Versus Strong, *Physical Review Letters*, 133, 207201 (2024)

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Российским научным фондом (грант 19-72-30028).

## **Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А.**

### ***Эффекты торнадо в жидкостях и МГД***

Е.А. Кузнецов<sup>(1)</sup>, Е.А. Михайлов<sup>(1,2)</sup>

<sup>(1)</sup> *ФИАН, Москва, Россия; Сколтех, Москва, Россия.*

<sup>(2)</sup> *Физический факультет МГУ, Москва, Россия*

В данном докладе мы рассмотрим два примера эффектов типа торнадо в идеальной гидродинамике и магнитной гидродинамике. Появление магнитных филаментов в конвективной зоне Солнца и возникновение эффекта типа торнадо в гидродинамике оказываются тесно связанными. Они обязаны двум важным свойствам: 1) вмороженности магнитного поля в конвективной зоне Солнца и поля завихренности в идеальной жидкости и 2) наличия границы. Именно последнее оказывается определяющим фактором при формировании магнитных филаментов за счет свободной границы, которую на основе экспериментальных данных можно считать плоской, и для несжимаемых течений идеальной жидкости это твердая граница, вдоль которой проскальзывающее течение имеет тенденцию к опрокидыванию. Как в том, так и в другом случаях течение вдоль границ можно считать сжимаемым. Все эти факторы обеспечивают зарождение структур типа торнадо.

*Работа выполнялась при поддержке гранта РФФ 19-72-30028.*

**Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А., Хвоцинская В.Д.**

**Формирование магнитных филаментов и их обратное влияние на конвективное течение**

Е.А.Кузнецов<sup>1,2,3</sup>, Е.А.Михайлов<sup>1,3,4</sup>, В.Д.Хвоцинская<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Физический институт имени П.Н.Лебедева РАН*

<sup>2</sup>*Институт теоретической физики имени Л.Д.Ландау РАН*

<sup>3</sup>*Сколковский институт науки и технологий*

<sup>4</sup>*Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова*

Для вмороженных полей – таких, как магнитное поле, поле завихренности и т.д. – большой интерес представляет коллапс, связанный с возникновением особенностей в их структуре за конечные времена. Кроме того, немалый интерес представляют также и близкие по смыслу процессы, когда неоднородности растут по экспоненциальному закону. С точки зрения астрофизических приложений большой интерес представляют магнитные филаменты, образующиеся на границе конвективных ячеек [1]. В таком случае силовые линии магнитного поля «сгребаются» к их границе, а величина поля растет по экспоненциальному закону в области нисходящих течений (и падает – в области восходящих). По-видимому, это связано с наличием на границе течения гиперболической точки для течения. В кинематической модели рост магнитного поля ограничен только корнем из числа Рейнольдса, в то время как в реальности они также могут быть связаны с обратным влиянием магнитного поля на структуру породивших его течений. С целью изучения данного вопроса нами была использована простая пространственно-одномерная модель, в рамках которой эволюция горизонтальной скорости и вертикального магнитного поля описывается с помощью пары нелинейных уравнений. Мы изучили процесс замедления роста магнитного поля и встречного движения фронтов скорости, исследовали зависимость энергии от времени.

1. Е.А. Кузнецов, Е.А. Михайлов // ЖЭТФ. – 2020. – Т.158. – №3. – С.561.
2. Е.А. Kuznetsov, Е.А. Mikhailov // Mathematics. – 2024. – Т.12. – №5. – 677.

**Маслов Е.М., Кутвицкий В.А.**

***Динамика космологического расширения в обобщённой модели Старобинского***

*ИЗМИРАН*

Численными и аналитическими методами исследована динамика инфлатонного скалярного поля для класса потенциалов, переходящих в потенциал Старобинского при больших значениях поля и в потенциал модели альфа-аттрактора при малых значениях. Рассмотрен как режим медленного скатывания к глобальному минимуму потенциала, так и быстрые осцилляции скалярного поля на стадии прехитинга. Получены асимптотические формулы, описывающие космологическое расширение, обусловленное колебаниями инфлатонного скалярного поля вблизи минимума обобщенного потенциала Старобинского. Рассмотрены ограничения на параметры модели исходя из данных наблюдений спутника Planck.

**Оладышкин И.В., Фадеев Д.А., Елясин А.А.**

***Эффект батареи Бирмана и возбуждение вихревых токов при лазерной абляции металлов***

*Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН,  
Нижний Новгород*

Возбуждение вихревых течений непараллельными градиентами давления и плотности среды – один из фундаментальных эффектов в механике сплошных сред. В физике плазмы аналогичный эффект известен как батарея Бирмана. В докладе будет рассмотрено проявление этого эффекта при облучении металлов фемтосекундными лазерными импульсами и, в частности, возможная роль батареи Бирмана в решении проблемы аномальной глубины лазерной абляции.

Предпосылка для возникновения вихревых электронных токов – возникновение различных пространственных распределений температуры и плотности свободных электронов при поглощении лазерного излучения в скин-слое образца. Было показано, что механизм батареи Бирмана может приводить к возникновению сильных магнитных полей и индукционных токов, которые распространяются вглубь материала диффузионным образом. Вихревые токи обеспечивают заметный дополнительный нагрев среды и конвективный перенос тепла, который оказывается существенным на субволновых пространственных масштабах.

## **Островский Л.А., Гладских Д.С.**

### ***Динамика турбулентности в поле нелинейных внутренних волн***

Островский Л.А.<sup>1-3</sup>, Гладских Д.С.<sup>1,4,5</sup>

<sup>1</sup> *Институт прикладной физики РАН им. А.В. Гапонова-Грехова*

<sup>2</sup> *University of Colorado, Boulder, USA*

<sup>3</sup> *University of North Carolina, Chapel Hill, USA*

<sup>4</sup> *Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. М. В. Ломоносова*

<sup>5</sup> *Московский центр фундаментальной и прикладной математики*

В продолжение доклада на предыдущей сессии Совета (2023) здесь рассматривается взаимодействие турбулентности с внутренними волнами. Авторами вновь используется модифицированная  $k$ - $\epsilon$  теория, развитая в [Островский, Троицкая, 1987]. В ней учитывается взаимное преобразование кинетической и потенциальной энергий турбулентности, что снимает ограничение на существование турбулентности при больших числах Ричардсона. Результаты теории применяются к анализу натурных данных об эволюции турбулентности под действием внутренних волн в верхнем слое океана. При этом учитывается запаздывание из-за нестационарности процесса, что приводит, в частности, к хорошему согласию с наблюдениями на северо-западе тихоокеанского побережья США.

## Рассадин А.Э.

### Об асимптотической кинетике параметра порядка в теории Ландау фазовых переходов второго рода

Высшая школа экономики, Нижний Новгород, Россия

E-mail: [brat\\_ras@inbox.ru](mailto:brat_ras@inbox.ru)

Релаксация начального распределения  $\eta_0(\vec{r})$  параметра порядка вблизи точки фазового перехода второго рода описывается задачей Коши для уравнения Ландау-Халатникова [1]:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \gamma g \Delta \eta + \gamma \alpha (T_c - T) \eta - \gamma b \eta^3, \quad \eta(\vec{r}, 0) = \eta_0(\vec{r}), \quad \vec{r} \in R^3, \quad (1)$$

где  $\eta(\vec{r}, t)$  — параметр порядка при  $t > 0$ ,  $T_c$  — температура Кюри, а  $\gamma$ ,  $g$ ,  $\alpha$ ,  $b$  — положительные постоянные параметры системы.

Если температура системы  $T < T_c$  и характерный масштаб  $L$  начального распределения  $\eta_0(\vec{r})$  параметра порядка много больше корреляционного радиуса  $\sqrt{g/\alpha(T_c - T)}$  флуктуаций в системе, то с помощью метода, предложенного в работе [2], можно построить асимптотическое разложение решения задачи Коши (1), главный член которого имеет вид:

$$\eta^{(0)}(\vec{r}, t) = \sqrt{\frac{\alpha(T_c - T)}{b}} \frac{1}{\sqrt{1 + \exp[-2\gamma\alpha(T_c - T)t - A(\theta, \vec{\rho})]}}, \quad (2)$$

где функция  $A(\theta, \vec{\rho})$ , входящая в выражение (2), зависит от переменных  $\theta = \gamma g t / L^2$  и  $\vec{\rho} = \vec{r} / L$  и удовлетворяет уравнению Кардара-Паризи-Жанга [3]:

$$\frac{\partial A}{\partial \theta} = \Delta_{\vec{\rho}} A + \frac{1}{2} (\nabla_{\vec{\rho}} A)^2. \quad (3)$$

В работе также приведены явные примеры пространственно-временной эволюции параметра порядка, вычисленные по формулам (2) и (3) для различных начальных распределений  $\eta_0(\vec{r})$ .

1. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.

2. Берман В.С. Об асимптотическом решении одной нестационарной задачи о распространении фронта химической реакции // Доклады АН СССР. 1978. Т. 242, № 2. С. 265-267.

3. Kardar M., Parisi G., Zhang Y.C. Dynamical scaling of growing interfaces // Physical Review Letters. 1986. V. 56. P. 889 - 892.

**Ремизов И.А., Селин П.Г., Султанова М.Р., Левченко А.А.,  
Межов-Деглин Л.П.**

***Генерация квантовых вихрей капиллярными волнами на  
поверхности сверхтекучего гелия***

И.А. Ремизов<sup>1,2</sup>, П.Г. Селин<sup>1,2</sup>, М.Р. Султанова<sup>3</sup>, А.А. Левченко<sup>1,2</sup>, Л.П. Межов-Деглин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Институт физики твердого тела РАН, Черноголовка, 142432 Россия*

<sup>2</sup>*Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН Черноголовка, 142432 Россия*

<sup>3</sup>*Астраханский государственный университет им. В.Н. Татищева Астрахань,  
414056Россия*

Наблюдалось формирование квантовых вихрей двумя взаимно перпендикулярными волнами, возбужденными на поверхности сверхтекучего гелия. В экспериментах исследовали взаимодействие инжектированных под поверхность He-II отрицательных зарядов с вихревым течением жидкости, формируемым поверхностными волнами частотой от 20 до 55 Гц в интервале температур от 1.5 до 2.1 К. О взаимодействии зарядов с вихревыми течениями судили по распределению токов, регистрируемых вертикально ориентированными сегментами приемного коллектора. При температуре  $T = 1.5$  К наблюдается эффективный захват инжектированных зарядов квантовыми вихрями, что приводит к существенному перераспределению токов между сегментами приемного коллектора. При температурах около  $T = 1.7$  К заряды уходят из ловушек на квантовых вихрях. При дальнейшем повышении температуры инжектированные заряды рассеиваются на вихревых течениях нормальной компоненты, создаваемых поверхностными волнами.

**Рубан В.П.**

### ***Трехмерные бинарные структуры в нелинейной оптике***

В этом докладе кратко обсуждаются результаты недавних работ о квазимонохроматических волновых структурах с двумя круговыми поляризациями в нелинейных оптических средах:

[1] Для локально изотропной фокусирующей Керровской среды с аномальной хроматической дисперсией численно промоделированы столкновения лево- и право-поляризованных пространственно-временных оптических солитонов. Устойчивое распространение таких «световых пуль» в умеренно нелинейном режиме обеспечивается поперечным параболическим профилем показателя преломления внутри многомодового волновода. В таких системах поперечное движение центров масс волновых пакетов происходит по классическим траекториям двумерного гармонического осциллятора, а продольное движение – равномерно. Поэтому столкновения двух солитонов могут быть не только «лобовыми», но и «касательными». Результатом неупругого столкновения солитонов с противоположными круговыми поляризациями могут оказаться как две разлетающиеся бинарные световые пули, содержащие в себе правую и левую поляризации в некоторой пропорции, так и более сложные связанные структуры.

[2] Рассмотрено параксиальное распространение квазимонохроматической световой волны с двумя круговыми поляризациями в дефокусирующей Керровской среде с аномальной дисперсией внутри волновода кольцевого сечения. В режиме разделения фаз динамика подобна течению несмешивающихся жидкостей. При некоторых начальных условиях с относительным скольжением жидкостей вдоль границы их соприкосновения в системе развивается неустойчивость Кельвина-Гельмгольца в ее «квантовом» варианте. Численное моделирование соответствующих связанных нелинейных уравнений Шредингера показало формирование характерных структур на нелинейной стадии неустойчивости. Подобные структуры известны в теории бинарных бозе-конденсатов, но для оптики они предъявлены впервые.

[3] Численно показано, что в световоде с винтовой симметрией связанные нелинейные уравнения Шредингера, описывающие взаимодействие левой и правой круговых поляризаций параксиальной оптической волны в дефокусирующей Керровской среде с аномальной дисперсией, имеют устойчивые решения в виде стационарно вращающихся продолговатых пузырей с присоединенными на концах несколькими оптическими вихрями. Пузырь представляет собой произвольно длинную квазицилиндрическую трехмерную полость в одной из компонент, заполненную противоположной компонентой. Поперечный профиль пузыря определяется формой сечения световода, шагом винта, количеством вихрей и фоновой интенсивностью окружающей компоненты, но не полным количеством заполняющей компоненты.

[1] В.П. Рубан, Столкновения световых пуль разной круговой поляризации, Письма в ЖЭТФ, 119 (8), 579 (2024).

[2] В.П. Рубан, Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца в нелинейной оптике, ЖЭТФ 165(2), 294 (2024).

[3] В.П. Рубан, Стабилизация оптических пузырей вблизи оси винтового световода, Письма в ЖЭТФ, 120(2), 104 (2024).

**Садовников А.В.**

***Нелинейные режимы распространения и дифракции спиновых волн в ансамблях магнонных микроструктур***

В докладе обобщены последние результаты исследования спин-волновых возбуждений в ферромагнитных структурах методом Мандельштам-Бриллюэновской спектроскопии, микроволновой спектроскопии и микромагнитного моделирования в нелинейном режиме распространения сигнала.

Объединяя магнонные структуры для расширения функциональности в задачах обработки сигналов, мы приходим к рассмотрению магнонных сетей, являющихся не просто блоками, соединенными последовательно или параллельно, а демонстрирующими коллективную динамику спиновых волн, основанную на методах и подходах нелинейной физики волновых явлений в гиротропных средах. При этом в магноники проявляются такие интересные эффекты из физики мира нелинейных явлений как, например, формирование темных и светлых дискретных солитонов. Прикладные результаты продемонстрированы для структур на основе тонких пленок железо-иттриевого граната (ЖИГ), для которых развиты методы построения логических схем на принципах магноники.

## **Сердюков М.Г., Михайлов Е.А.**

### **Возникновение особенностей для вихревого течения в цилиндрическом объеме**

М.Г.Сердюков<sup>1</sup>, Е.А.Михайлов<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup>*Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова*

<sup>2</sup>*Физический институт имени П.Н.Лебедева РАН*

<sup>3</sup>*Сколковский институт науки и технологий*

Численно рассмотрена задача об эволюции осесимметричных вихревых течений идеальной жидкости в цилиндре с твердыми границами как на его поверхности, так и двух торцах. Согласно теоретическим предсказаниям в таком случае возможно столкновение набегающих друг на друга вихрей и быстрый рост особенностей как для завихренности, так и для поля скорости. Нами рассмотрены два различных случая. В первом предполагалось отсутствие азимутальной скорости. Этому соответствует экспоненциальный рост производной скорости на торцевой границе, и сверхэкспоненциальный рост завихренности на оси, что близко к результатам, полученным для плоской задачи [1, 2]. При ненулевой азимутальной скорости для уравнений Эйлера, как и для уравнений Прандтля для завихренности на нижней границе (торце) следует, что при отрицательной дивергенции скорости в плоскости рассматриваемой границы завихренность должна расти. Отрицательность этой дивергенции означает, что жидкость всасывается в вихрь, приводя одновременно к появлению джета, перпендикулярного торцу. Отметим, что описанные процессы могут служить моделью возникновения торнадо.

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхпроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова.

1. Е.А. Kuznetsov, Е.А. Mikhailov // *Annals of Physics*. – 2022. – V.447. – 169088.
2. Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А., Сердюков М.Г. // *Изв. вузов. Радиофизика*. – 2023. – Т. 66. – № 2-3. – С. 145

**Серых И.В., Сонечкин Д.М.**

**Глобальная структура дальних связей и оценка возможности прогноза Эль-Ниньо – Южного колебания в моделях СМIP6**

*Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва, iserykh@ocean.ru*

По результатам экспериментов piControl и Historical климатических моделей Земной системы, участвующих в шестом этапе Проекта взаимного сравнения совместных моделей (СМIP6), исследована глобальная межгодовая изменчивость среднемесячных аномалий температуры воздуха у поверхности и атмосферного давления на уровне моря. Найдено, что некоторые модели СМIP6 достаточно близко воспроизводят свойственную для Эль-Ниньо – Южного колебания (ЭНЮК) планетарную структуру амплитуды осцилляций аномалий температуры и давления [1]. Показано, что часть рассмотренных моделей демонстрирует дальние связи ЭНЮК со всем тропическим поясом Земли, а также с умеренными и высокими широтами. С помощью метода главных компонент показано, что Глобальная атмосферная осцилляция (ГАО), элементом которой является ЭНЮК, является главной модой межгодовых колебаний планетарных аномалий температуры и давления у большинства моделей СМIP6 [2]. Найдены те модели СМIP6, которые воспроизводят западно-восточное распространение ГАО, при этом Эль-Ниньо и Ла-Нинья являются фазами данного процесса, благодаря чему эти события можно прогнозировать примерно с годовой заблаговременностью.

1. Serykh I.V., Sonechkin D.M. Global El Nino–Southern Oscillation Teleconnections in СМIP6 Models // Atmosphere. 2024. Vol. 15. 500.
2. Серых И.В. Оценка возможности прогноза Эль-Ниньо – Южного колебания с годовой заблаговременностью на основе Глобальной атмосферной осцилляции по результатам моделей СМIP6 // Гидрометеорология и экология. 2024. № 76. С. 474–506.

**Слюняев А.В.**

***Бризеры нелинейного уравнения Шредингера –  
автомодельные решения***

*Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород*

Показано, что бризеры фокусирующего нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) с кубической нелинейностью имеют автомодельную структуру модуляции. Параметр подобия уравнения для таких структур остается неизменным во времени – в точности как для солитонов огибающей. Такого рода приближенные решения можно строить и для неинтегрируемых версий НУШ, что сделано нами для случая произвольной степени нелинейности уравнения. Они представляют собой аппроксимации бризероподобных решений уравнений, которые «растут ниоткуда», но не «исчезают без следа» после стадии демодуляции в силу неинтегрируемости задачи. Путем прямого численного моделирования показано, что полученные решения хорошо описывают стадию модуляционной неустойчивости до момента фокусировки и дают разумные количественные оценки для формирующихся в фокусе групп.

**Хатунцева О.Н.**

***О влиянии производства энтропии стохастических возмущений в турбулентных течениях на возникновение явления перемежаемости***

*ПАО «РКК «Энергия», МФТИ  
ol-khatun@yandex.ru*

Являясь практически неотличимыми на масштабе теплового движения молекул, ламинарный и турбулентный режимы проявляют совершенно разный характер поведения на макромасштабах. Турбулентный режим, имеет черты стохастического процесса на всех масштабах рассмотрения, в то время как ламинарный режим является детерминированным на всех масштабах, существенно превосходящих масштаб теплового движения молекул. С этим связано отличие в характере производства энтропии для двух режимов течения, что приводит к необходимости его учета, начиная уже с записи уравнения Лиувилля, и переходя от него последовательно к «модифицированному» уравнению Больцмана и «модифицированной» системе уравнений Навье-Стокса (УНС) [1].

«Модифицированные» уравнения Навье-Стокса (МУНС) позволяют находить решения, соответствующие как ламинарному, так и турбулентному режимам течения. В работах [2-4] были аналитически получены «ламинарные» и обобщенные «турбулентные» решения МУНС для течения несжимаемой нетеплопроводной жидкости в квазистационарной постановке в классических задачах: в задаче Хагена-Пуазейля, в плоской задаче Куэтта и в плоской задаче Пуазейля. Сравнение с экспериментальными данными показало работоспособность представленного подхода к решению такого рода задач и возможность описания как ламинарного, так и турбулентного режимов течения на основе уравнений Навье-Стокса, учитывающих разницу в производстве энтропии для двух режимов течения.

В данной работе будет показано, как модификация УНС позволяет приблизиться к пониманию аспектов, связанных с явлением перемежаемости в турбулентном режиме течения жидкости. Будет продемонстрировано, что даже относительно слабая сжимаемость в жидкости, в режиме турбулентного течения (при наличии стохастических процессов), может привести к возникновению в ней акустических возмущений, имеющих нелинейный, многомасштабный и случайный характер (в отличие от линейных гармонических акустических возмущений жидкости в режиме ламинарного течения). Именно эти аспекты: нелинейность, многомасштабность, стохастичность, присущи явлению перемежаемости, а, следовательно, можно предположить, что представленная математическая модель на основе МУНС может быть полезна для дальнейшего более глубокого исследования и моделирования данного явления.

**Литература**

1. Хатунцева О.Н. Учет производства энтропии в уравнении Лиувилля и вывод из него «модифицированной» системы уравнений Навье-Стокса // Труды МАИ. 2024. № 134. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178465>.

2. Хатунцева О.Н. О нахождении обобщенного аналитического решения задачи Хагена-Пуазейля для турбулентного режима течения жидкости // Труды МАИ. 2021. № 118. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=158211>. DOI: 10.34759/trd-2021-118-02
3. Хатунцева О.Н. О нахождении обобщенного аналитического решения плоской задачи Куэтта для турбулентного режима течения жидкости // Труды МАИ. 2022. № 122. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=164194>. DOI: 10.34759/trd-2022-122-07
4. Хатунцева О.Н. Обобщенное аналитическое решение плоской задачи Пуазейля для турбулентного режима течения несжимаемой жидкости // Труды МАИ. 2022. № 123. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=165492>. DOI: 10.34759/trd-2022-123-08

**Яньков В.**

***Иерархии аттракторов и искусственный интеллект  
телефонного размера***

*Ergophos, LLC*

Аттракторы радикально сокращают количество важных переменных иногда в 10 раз, иногда в  $10^{80}$  раз.

Иерархии аттракторов вдохновлены физикой. Галактики, звезды, планеты, луны, молекулы, атомы являются иерархиями и буквально притягивают материю, это минимумы энергии. Статистические аттракторы являются равномерными на гиперповерхности инвариантов и притягивают не материю, а типичные решения уравнений. Сахар в кофе и показатель Больцмана – знакомые примеры.

Маленькие мозги способны предсказывать огромную вселенную, потому что мозги аппроксимируют мир сотнями тысяч важных аттракторов. Этим аттракторам даны имена, а связи аттракторов – это деревья знаний. Аттракторы запечатлены в мозге как сети нейронов и аксонов и обучены как синапсы и новые дендриты.

Если мозг – это иерархия аттракторов, то ИИ должен быть организован аналогично, и я предпочитаю взвешенные графы.

Узлы и ребра с более высоким весом должны быть найдены кодами и визуализированы для людей. Ассоциативное мышление – это поиск кратчайшего и более весоного пути между целями. Например, эта презентация – это поиск новых мостов между аттракторами и современным ИИ.

Иерархии аттракторов – это естественный набор скелетов мира, и любая полезная модель мира включает аттракторы.

Мы начнем с физики, чтобы показать силу и краткость аттракторов, перейдем к финансовым рынкам, чтобы показать универсальность подхода, рассмотрим модель мозга, применим ее к ИИ и аппроксимируем как взвешенный граф, и обсудим гибрид разумного человека и быстро читающего компьютера.

**Agafontsev D.S., Congy T., El G.A., Randoux S., Roberti G., Suret P.**

***Spontaneous modulational instability of elliptic periodic waves: the soliton condensate model***

We use the spectral theory of soliton gas for the one-dimensional focusing nonlinear Schrodinger equation (fNLSE) to describe the statistically stationary and spatially homogeneous integrable turbulence emerging at large times from the evolution of the spontaneous (noise-induced) modulational instability of the elliptic "dn" fNLSE solutions. We show that a special, critically dense, soliton gas, namely the genus one bound-state soliton condensate, represents an accurate model of the asymptotic state of the "elliptic" integrable turbulence. This is done by first analytically evaluating the relevant spectral density of states which is then used for implementing the soliton condensate numerically via a random N-soliton ensemble with N large. A comparison of the statistical parameters, such as the Fourier spectrum, the probability density function of the wave intensity and the autocorrelation function of the intensity, of the soliton condensate with the results of direct numerical fNLSE simulations with dn initial data augmented by a small statistically uniform random perturbation (a noise) shows a remarkable agreement. Additionally, we analytically compute the kurtosis of the elliptic integrable turbulence, which enables one to estimate the deviation from Gaussianity. The analytical predictions of the kurtosis values, including the frequency of its temporal oscillations at the intermediate stage of the modulational instability development, are also shown to be in excellent agreement with numerical simulations for the entire range of the elliptic parameter m of the initial dn potential.

## **Chefranov S.G., Chefranov A.S.**

### ***Exact unsteady solution to the $n$ -dimensional compressible Navier-Stokes equations***

*Obukhov Institute of Atmospheric Physics Russian Academy of Science, Moscow*  
[schefranov@mail.ru](mailto:schefranov@mail.ru)

Exact explicit analytical vortex and potential solutions to the  $n$ -dimensional inviscid Burgers equations in the Euler variables for an inertial movement of fluid particles in unbounded space is obtained [1] (see also [2], [3]). An exact analytical solution to the one-dimensional compressible Euler equations in the explicit form for the well-known Riemann implicit solution is obtained [4]. The corresponding example of an exact solution for the main turbulence theory problem is stated on its basis [4]-[7]. An example for exact analytical solution with finite integral of energy for 3-D unsteady compressible Navier-Stokes equations in the unbounded space that is regular over arbitrary large time only when any finite viscous is taken into account is obtained [2], [3]. Onsager's dissipative anomaly problem, which is also known as Kolmogorov's hypothesis about an independence of the turbulence energy dissipation rate on the Reynolds number in the inertial sub-range of scales, is possible to precisely resolve only in the six-dimensional space [8].

1. S. G. Chefranov, An exact statistical closed description of vortex turbulence and the diffusion of an impurity in compressible medium, *Sov. Phys. Dokl.* 36(4), 286 (1991).
2. S. G. Chefranov, A. S. Chefranov, Exact solution of the compressible Euler-Helmholtz equation and the millennium prize problem generalization, *Phys. Scr.*, 94, 054001 (2019); <https://doi.org/10.1088/1402-4896/aaf918>
3. S. G. Chefranov, A. S. Chefranov, The new exact solution of the compressible 3D Navier-Stokes equations, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 83, 205118 (2020); <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2019.105118>
4. S. G. Chefranov, A. S. Chefranov, Exact solution to the main turbulence problem for a compressible medium and the universal  $-8/3$  law turbulence spectrum of breaking waves, *Phys. Fluids*, 33, 076108 (2021); <https://doi.org/10.1063/5.005621>
5. S. G. Chefranov, A. S. Chefranov, Universal turbulence scaling law  $-8/3$  at fusion implosion, *Phys. Fluids* 34, 036105 (2022); <https://doi.org/10.1063/5.0082164>
6. A. S. Chefranov, S. G. Chefranov, G. S. Golitsyn, Cosmic rays self-arising turbulence with universal spectrum  $-8/3$ , *Astrophysical J.*, 951:38 (2023); <https://doi.org/10.3847/1538-4357/acd53a>
7. S. G. Chefranov, Riemann's wave and an exact solution of the main turbulence problem, *WRCM (Waves in Random and Complex Media)*, vol.33, 1177-1194 (2023); Issue 5-6: Special Issue in Honor of V. I. Tatarskii (1929-2020); <https://doi.org/10.1080/17455030.2022.2081738>
8. S. G. Chefranov, A. S. Chefranov, A new precise analytical solution to the main turbulence problem, Kavli Institute for Theoretical Physics, Interfaces and Mixing in Fluids, Plasmas, Materials Exploration Conference, 23-26 October 2023, Santa Barbara, USA (Invited lecture).

# **Didenkulova E., Pelinovsky E., Flamarion M.V.**

## ***Integrable vs non-integrable KdV-like soliton turbulence***

Ekaterina Didenkulova<sup>1-2</sup>, Efim Pelinovsky<sup>1-3</sup>, and Marcelo V. Flamarion<sup>4</sup>

<sup>1</sup> *Il'ichev Pacific Oceanological Institute Far Eastern Branch Russian Academy of Sciences, Vladivostok, Russia*

<sup>2</sup> *Faculty of Informatics, Mathematics and Computer Science, HSE University, Nizhny Novgorod, Russia*

<sup>3</sup> *Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia*

<sup>4</sup> *Department of Science - Section of Mathematics, Pontifical Catholic University of Peru, Lima, Peru*

Soliton gas or soliton turbulence is a subject of intense studies due to its great importance to many physical systems. Usually, this term is used for integrable models where solitons interact elastically. However, soliton turbulence can also be a part of non-integrable dynamics, where long-lasting solutions in the form of almost solitons may exist.

In the present work, the complex dynamics of ensembles of solitary waves is studied within the non-integrable Schamel equation, the nonlinear term of which contains the modulus of the wave function. Some important statistical characteristics (distribution functions, moments, etc.) are calculated numerically for unipolar and bipolar soliton gases. Comparison of results with integrable Korteweg–de Vries (KdV) and modified KdV (mKdV) models are given qualitatively. Our results agree well with the predictions of the KdV equation in the case of unipolar solitons. However, the inelastic interaction of bi-polar solitons leads to the transfer of energy from the smaller to the larger ones. With an increase in the number of bi-polar solitons in the wave system, the effect of energy transfer from a smaller soliton to a larger one, as well as the occurrence of additional radiation with each soliton interaction, leads to a significant increase in kurtosis (the fourth statistical moment), which would remain constant in integrated systems. This demonstrates the possibility of the formation of anomalously large pulses as a result of the evolution of such non-integrated wave systems. These results are partly published in [1-3].

E.D. was supported by the Theoretical Physics and Mathematics Advancement Foundation “BASIS” (grant № 24-1-3-7-1). The work was prepared within the framework of the project “International academic cooperation” HSE University (E.P.)

- 1) Flamarion M.V., Pelinovsky E.N., Didenkulova E. Investigating overtaking collisions of solitary waves in the Schamel equation. *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 174, 113870, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2023.113870>
- 2) Didenkulova, E.; Pelinovsky, E.; Flamarion, M.V. Bipolar Solitary Wave Interactions within the Schamel Equation. *Mathematics* 2023, 11, 4649.
- 3) Marcelo V. Flamarion, Efim Pelinovsky, Ekaterina Didenkulova, Non-integrable soliton gas: The Schamel equation framework, *Chaos, Solitons & Fractals*, Volume 180, 2024, 114495.